

Physikalisches Fortgeschrittenenpraktikum

Einstein-de-Haas-Effekt

– *Auswertung* –

Armin Burgmeier

Robert Schittny

1 Bestimmung der Konstanten

Zunächst untersuchten wir die mechanischen Eigenschaften des vorliegenden Systems. Hier interessierte uns die Resonanzfrequenz ω_{res} des schwingenden Systems sowie dessen Dämpfungskonstante β .

1.1 Resonanzfrequenz

Die Resonanzfrequenz ω_{res} bestimmten wir durch „Ausprobieren“ bei einem festen effektiven Spulenstrom von $I_{eff} = 0,6 \text{ A}$, indem wir die Breite des Lichtbandes (die Schwingung ist so schnell, dass der abgelenkte Laserstrahl zu einem Lichtband verschmiert) beobachteten und die anregende Frequenz der Feldspule variierten. Wir erhielten eine Periodendauer von $T_{res} = (42,92 \pm 0,01) \text{ ms}$ (der Frequenzgenerator ließ sich nur in $0,02 \text{ ms}$ -Schritten einstellen) und somit eine Resonanz-Kreisfrequenz von

$$\omega_{res} = \frac{2\pi}{T_{res}} = 146,4 \text{ s}^{-1} . \quad (1)$$

Über eine Größtfehlerabschätzung erhalten wir für den Fehler Resonanzfrequenz letztlich

$$\Delta\omega_{res} = \left| \frac{\partial\omega_{res}}{\partial T_{res}} \right| \Delta T_{res} = \frac{2\pi}{T_{res}^2} \cdot \Delta T_{res} \approx 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} . \quad (2)$$

Dieser Fehler ist so klein, dass wir ihn im folgenden als Null annehmen werden.

1 Bestimmung der Konstanten

1.2 Resonanzamplitude

Die Resonanzamplitude α_{res} entspricht dem Drehwinkel des Spiegels, der am Vaconstab befestigt ist. Dieser wurde mit einem Laser bestrahlt, wir maßen die Ablenkung des Lasers nach einem Lichtweg von $L = (4,58 \pm 0,05)$ m auf einer ebenen Fläche. Der Lichtweg war nur sehr schwer auszumessen, da wir die Apparatur nicht berühren durften, weshalb wir hier einen Fehler von 5 cm annehmen. Da der Laserpunkt selbst schon eine deutliche Ausdehnung hatte, war die Breite des Lichtbandes b_{res} ebenfalls nicht exakt bestimmbar. Hier nehmen wir einen Fehler von $\Delta b_{res} = 1$ mm an.

Außerdem ist zu beachten, dass eine Drehung des Spiegels um α eine Ablenkung des Lichtstrahls um 2α bewirkt. Unter der Annahme von kleinen Winkeln α können wir aus der gemessenen Breite des Lichtbands auf α_{res} schließen:

$$\tan(2\alpha_{res}) = \frac{b_{res}}{2L} \Rightarrow \alpha_{res} \approx \frac{b_{res}}{4L} \quad (3)$$

Den systematischen Fehler von α_{res} erhalten wir über eine Größtfehlerabschätzung, in die die Fehler von b_{res} und L eingehen:

$$\Delta\alpha_{res} = \frac{1}{4L} \cdot \Delta b_{res} + \frac{b_{res}}{4L^2} \cdot \Delta L \quad (4)$$

Anmerkung: Leider haben wir die Breite b_{res} nur beim effektiven Strom $I = 0,6$ A gemessen. Damit können wir leider auch den g-Faktor nur für diesen Strom berechnen, da b_{res} in diesen mit einfließt.

Um dennoch Vergleichsmöglichkeiten zu haben, werden wir im folgenden Werte für 0,5 A und 0,7 A annehmen, die von anderen Gruppen zuvor gemessenen Werten entsprechen. Diese haben natürlich keine besonders große Aussagekraft und sollen nur zum Vergleich dienen, weshalb wir sie und alle mit ihnen berechneten Werte im folgenden in kleinerer Schrift darstellen.

Hiermit erhalten wir für die Resonanzamplitude:

I_{eff} [A]	b_{res} [mm]	α_{res} [mrad]
0,5	11 ± 1	$0,6 \pm 0,061$ (10,18%)
0,6	31 ± 1	$1,69 \pm 0,073$ (4,32%)
0,7	55 ± 1	$3,0 \pm 0,087$ (2,01%)

Tabelle 1: Resonanzamplitude α_{res}

Die Dämpfungskonstante β ließ sich nun auf zweierlei Arten bestimmen, nämlich aus der Resonanzkurve sowie aus der Abklingzeit der Schwingung.

1.3 Dämpfungskonstante aus der Resonanzkurve

Wie in der Vorbereitungsmappe beschrieben, hat die Resonanzkurve der Schwingung bei der Amplitude $\alpha_{res}/\sqrt{2}$ gerade eine Breite von 2β . Wir nahmen daher zunächst eine Resonanzkurve um die zuvor bestimmte Resonanzfrequenz ω_{res} auf:

1 Bestimmung der Konstanten

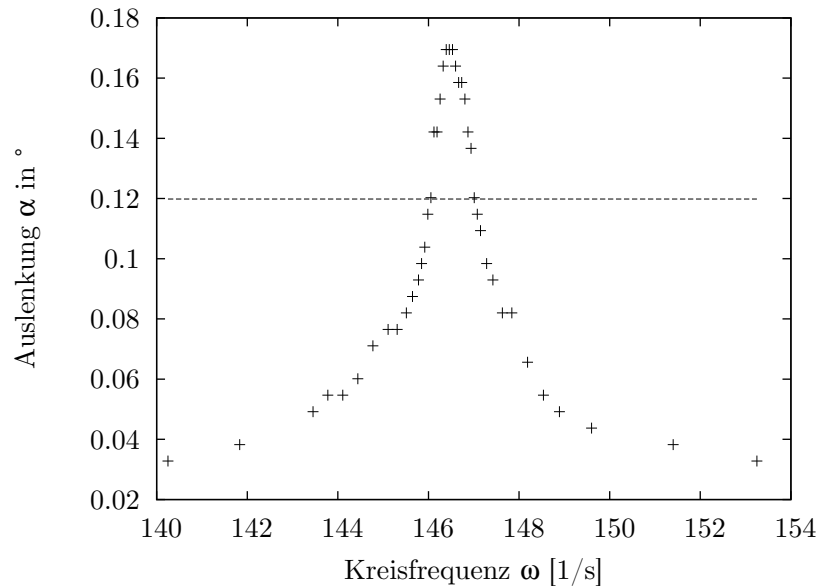


Abbildung 1: Resonanzkurve der Torsionsschwingung

Die waagrechte Linie ist gerade die Höhe $\alpha_{res}/\sqrt{2}$, bei der wir die Breite der Kurve bestimmen. Hierfür erhalten wir

$$\Delta\omega = 2\beta = 0,96 \text{ s}^{-1} \quad (5)$$

und somit für die Dämpfungskonstante des Systems:

$$\beta = 0,48 \text{ s}^{-1} \quad (6)$$

1.4 Dämpfungskonstante aus der Abklingzeit

Eine zweite Möglichkeit, die Dämpfungskonstante des Systems zu bestimmen, liegt darin, eine Schwingung anzuregen und dann die anregende Wechselspannung abzuschalten. Die Einhüllende der Schwingung klingt hiernach exponentiell ab und liefert somit ein Maß für die Dämpfung (siehe Vorbereitung).

Wir schalteten also nach der Anregung mit der Resonanzfrequenz den Frequenzgenerator ab und maßen die Breite des Lichtbands alle fünf Sekunden. Wir erhielten folgende Einhüllende, an die wir gleich die Funktion $g(t) = a \cdot \exp(-\beta \cdot t) + c$ anfitzten:

1 Bestimmung der Konstanten

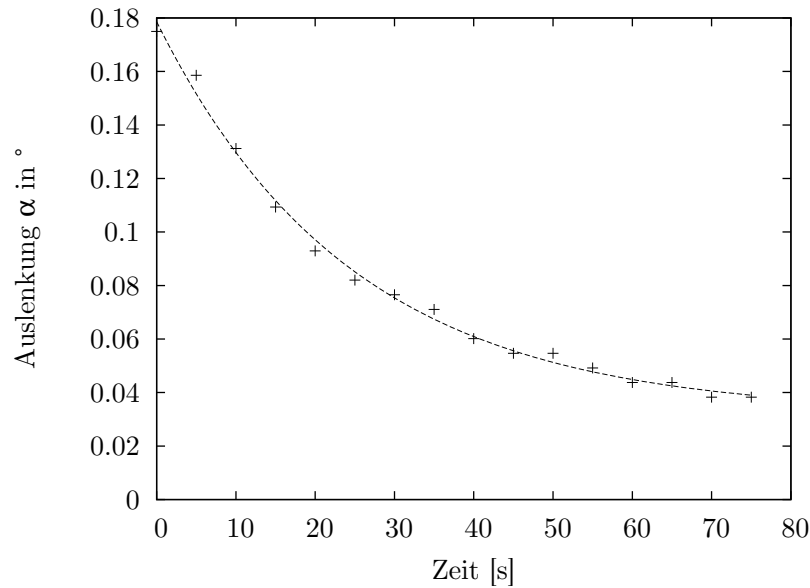


Abbildung 2: Einhüllende der abklingende Schwingung

Aus der Regression erhalten wir für die Dämpfungskonstante β (die beiden anderen Größen a und c interessieren uns hier nicht weiter, sind aber für einen korrekten Fit wichtig):

$$\beta = (0,041 \pm 0,0024) \text{ s}^{-1} = 0,041 \text{ s}^{-1} \pm 5,8\% \quad (7)$$

Es fällt auf, dass der hier ermittelte Wert um eine ganze Größenordnung von dem aus der Resonanzkurve bestimmten Wert verschieden ist. Wir können dies bisher nicht zufriedenstellend erklären und werden im folgenden alle Berechnungen mit beiden Werten durchführen.

Dafür nennen wir die Dämpfungskonstante aus der Resonanzkurve β_1 , die aus dem Abklingverhalten β_2 .

1.5 Trägheitsmoment Θ

Wir benötigen für die weiteren Berechnungen das Trägheitsmoment des Metallstabes. Dieser ist ein Vollzylinder und hat daher ein Trägheitsmoment um seine Längsachse von

$$\Theta = \frac{M}{2} R^2 = \frac{0,025 \text{ kg}}{2} \cdot (0,002 \text{ mm})^2 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ kgm}^2 . \quad (8)$$

1.6 Drehmoment D

Auch wenn das Drehmoment als solches sicher nicht konstant ist, verwenden wir hier nur einen konstanten Wert (siehe Vorbereitung), den wir hier schon berechnen wollen:

$$D = 2\beta\omega_{res}\alpha_{res}\Theta \quad (9)$$

2 Erdmagnetfeld

In den systematischen Fehler geht dabei nur der systematische Fehler von β_2 ein, in den statistischen Fehler der von α_{res} .

Berechnung mit β_1 Zunächst berechnen wir D mit β_1 und erhalten:

I_{eff} [A]	D [kgm ² /s ²]
0,5	$(0,422 \pm 0,043) \cdot 10^{-8}$
0,6	$(1,19 \pm 0,051) \cdot 10^{-8}$
0,7	$(2,11 \pm 0,061) \cdot 10^{-8}$

Tabelle 2: Drehmomentberechnung mit β_1

Berechnung mit β_2 Nun berechnen wir D noch mit β_2 . Hier können wir dessen statistischen Fehler mit einfließen lassen.

I_{eff} [A]	D [kgm ² /s ²]
0,5	$(0,36 \pm 0,021 \pm 0,037) \cdot 10^{-9}$
0,6	$(1,02 \pm 0,059 \pm 0,044) \cdot 10^{-9}$
0,7	$(1,8 \pm 0,11 \pm 0,052) \cdot 10^{-9}$

Tabelle 3: Drehmomentberechnung mit β_2

2 Erdmagnetfeld

Zur Kompensation des Erdmagnetfelds haben wir die felderzeugende Spule nun bei der Resonanzfrequenz mit $I_{eff} = 600$ mA betrieben. Dann stellten wir sicher, dass das Helmholtzspulenpaar richtig ausgerichtet ist und haben langsam den Gleichstrom $I_{helmholtz}$ durch das Spulenpaar hochgefahren. Dabei achteten wir auf den Lichtstreifen um eine Absenkung der Resonanzamplitude zu beobachten. Jedoch konnten wir bis zum Anschlag von $I_{helmholtz} = 1,4$ A keine solche erkennen.

Wir wiederholten dieselbe Prozedur auch bei Spulenströmen von $I_{eff} = 500$ mA und $I_{eff} = 700$ mA, mit dem gleichen Ergebnis. Wir schließen daraus, dass das Erdmagnetfeld entweder keinen Einfluss auf das Experiment hat weil der Effekt zu klein ist, oder andere Störfaktoren größer sind, sodass man den Einfluss des Erdmagnetfeldes nicht mehr sieht.

3 $\left(\frac{dM}{dt}\right)_1$ aus ballistischem Galvanometer

Wir wollen die Änderung der Magnetisierung zunächst wie in der Vorbereitung beschrieben mit einem ballistischen Galvanometer bestimmen.

3.1 Kalibrierung des Galvanometers

Um das Galvanometer zunächst zu kalibrieren, luden wir einen 30 nF-Kondensator mit verschiedenen Spannungen auf und maßen die Ausschläge A_0 des Galvanometers beim Entladen des Kondensators. Mit $Q = C \cdot U$ lässt sich daraus die Ladung berechnen, wodurch wir die Galvanometerkonstante k erhalten:

$$Q = k \cdot A_0 \quad (10)$$

Wir erhielten folgende Werte:

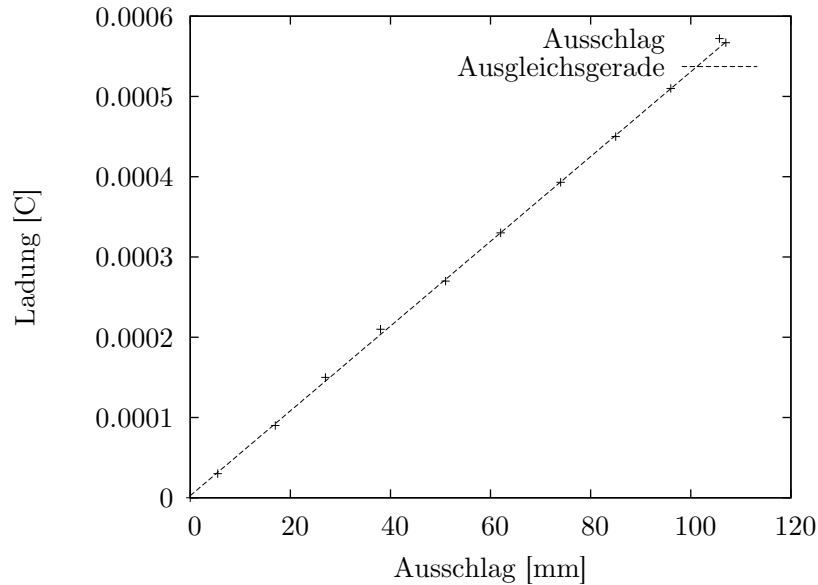


Abbildung 3: Kalibrierung des Galvanometers

Aus einer linearen Regression an die Werte erhalten wir für die Galvanometerkonstante:

$$k = 5,28 \cdot 10^{-6} \text{ C/mm} \pm 0,51\% \quad (11)$$

3.2 Berechnung des Integrals

Mit dem nun vorhandenen Kalibrierungsfaktor k können wir jetzt das für die gesuchte Größe benötigte Integral berechnen:

$$Q = k \cdot A_0 = \frac{1}{R_E} \int_0^{T/4} dt U_{ind} \quad (12)$$

Da wir das Integral über die halbe Periodendauer benötigen, folgt

$$\int_0^{T/2} dt U_{ind} = 2 \int_0^{T/4} dt U_{ind} = 2R_E \cdot k \cdot A_0, \quad (13)$$

3 $\left(\frac{dM}{dt}\right)_1$ aus ballistischem Galvanometer

wobei R_E der Ersatzwiderstand der Schaltung ist, der sich zu

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{9,5 \text{ k}\Omega + 25 \Omega} + \frac{1}{37 \Omega} = \frac{1}{36,9 \Omega} \quad (14)$$

und somit

$$R_E = 36,9 \Omega \quad (15)$$

berechnet. A_0 ist hier der Maximalausschlag des Galvanometers beim Abschalten eines Gleichstroms \hat{I} durch die Feldspule. Diesen wählen wir so, dass er den Effektivwerten bei Wechselstrom gleichkommt, also um den Faktor $\sqrt{2}$ größer. Wir führen die Messung von A_0 für die Effektivwerte 0,5 A, 0,6 A und 0,7 A jeweils fünf mal durch, um statistische Ungenauigkeiten zu vermeiden.

Die gesuchte Änderung der Magnetisierung erhalten wir schlussendlich über

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_1 = -\frac{4}{\mu_0 T N_2 F_0} \int_0^{T/2} dt U_{ind} + \frac{8 N_1 \cdot \hat{I} F_2}{l \cdot T F_0}, \quad (16)$$

wo wir die berechneten Werte für das Integral einsetzen. Wir verwenden dabei folgende Größen:

- Resonanzperiode $T = 42,92$ ms des schwingenden Systems
- Querschnittsfläche des Stabs $F_0 = \pi \cdot r_0^2 = \pi(0,002 \text{ m})^2$
- Windungszahl der Feldspule $N_1 = 1845$
- Länge der Feldspule $l = 0,29$ m
- Querschnittsfläche der Induktionsspule $F_2 = \pi \cdot r_2^2 = \pi(0,0155 \text{ m})^2$
- Windungszahl der Induktionsspule $N_2 = 1000$

Wir erhalten somit folgende Ergebnisse, wobei wir immer zunächst den statistischen und dann den systematischen Fehler angeben:

\hat{I} [A]	A_0 [mm]	$\int_0^{T/2} dt U_{ind}$ [Vs]	$(dM/dt)_1$ [A/(sm)]
$0,707 \pm 0,0005$	$97,4 \pm 0,56\% \pm 2,05\%$	$38 \cdot 10^{-3} \pm 0,78\% \pm 2,05\%$	$-1,74 \cdot 10^8 \pm 1,01\% \pm 2,65\%$
$0,848 \pm 0,0005$	$103,2 \pm 0,43\% \pm 1,94\%$	$40,2 \cdot 10^{-3} \pm 0,69\% \pm 1,94\%$	$-1,77 \cdot 10^8 \pm 0,92\% \pm 2,6\%$
$0,99 \pm 0,0005$	$108,2 \pm 0,41\% \pm 1,85\%$	$43,2 \cdot 10^{-3} \pm 0,41\% \pm 1,85\%$	$-1,78 \cdot 10^8 \pm 0,58\% \pm 2,58\%$

Tabelle 4: Magnetisierungsänderung aus ball. Galvanometer

Der statistische Fehler von A_0 folgt aus der mehrfachen Messung, als systematischen haben wir einen Fehler von 2 mm angenommen, da der Ausschlag des Galvanometers recht schnell abließ und die Maximalposition daher nicht allzu leicht zu bestimmen war.

In den statistischen Fehler des Integrals gehen daher die Fehler von A_0 sowie von k mittels der Gaußschen Fehlerfortpflanzung ein, letzteren erhielten wir direkt aus der Regression. In den systematischen Fehler geht hier nur der systematische Fehler von A_0 über eine Größtfehlerabschätzung ein.

4 $\left(\frac{dM}{dt}\right)_1$ aus Oszilloskopdaten

Nun haben wir anstatt des Galvanometers das Oszilloskop an die Induktionsspule angeschlossen. Dieses zeichnete direkt den zeitlichen Verlauf der Induktionsspannung auf und leitet die Daten zur Auswertung an einen Computer weiter. Das folgende Schaubild zeigt den erhaltenen Verlauf für $I_{eff} = 0,6$ A:

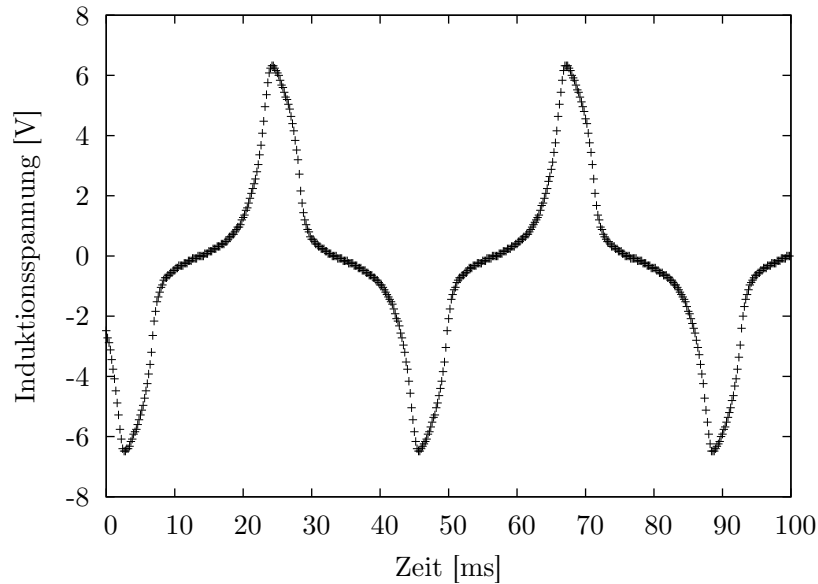


Abbildung 4: Induktionsspannung bei $I_{eff} = 0,6$ A in der Feldspule

Von zentraler Bedeutung zur Berechnung von $\left(\frac{dM}{dt}\right)_1$ sind nun der Korrekturfaktor κ und der Wert des Integrals $\int dt U_{ind} \sin(\omega_{rest})$. Es gilt

$$\kappa = \frac{\int_0^{\frac{T}{2}} dt U_{ind} \text{ (Gemessen mit dem Galvanometer)}}{\int_0^{\frac{T}{2}} dt U_{ind} \text{ (Gemessen mit dem Oszilloskop)}} \quad (17)$$

Die mit dem Galvanometer ermittelten Werte haben wir im vorigen Abschnitt bereits berechnet. Sie sind in Tabelle 3.2 aufgeführt. Zur Berechnung mit dem Oszilloskop haben wir eine Rechteckssumme über die Messwerte gebildet. Als (systematischen) Fehler haben wir die halbe Auflösung des Oszilloskops, $\delta t = 100 \mu\text{s}$ und $\delta U = 0,04$ V, angenommen. Dies führt zu einem mit dem Oszilloskop gemessenem Wert für das Integral und somit zu folgenden Korrekturfaktoren

5 Berechnung von g

I_{eff} [A]	$\int_0^{T/2} dt U_{ind}$ (Gal.) [Vs]	$\int_0^{T/2} dt U_{ind}$ (Osz.) [Vs]	κ
0,5	$38,0 \cdot 10^{-3} \pm 0,78\% \pm 2,05\%$	$41,9 \cdot 10^{-3} \pm 0,17\%$	$0,907 \pm 0,78\% \pm 2,23\%$
0,6	$40,2 \cdot 10^{-3} \pm 0,69\% \pm 1,94\%$	$43,8 \cdot 10^{-3} \pm 0,16\%$	$0,918 \pm 0,69\% \pm 2,10\%$
0,7	$43,2 \cdot 10^{-3} \pm 0,41\% \pm 1,85\%$	$45,6 \cdot 10^{-3} \pm 0,16\%$	$0,947 \pm 0,42\% \pm 2,02\%$

Tabelle 5: Korrekturfaktor κ

Auf die gleiche Art und Weise haben wir den Wert und den Fehler des Integrals $\int dt U_{ind} \sin(\omega_{rest})$ mit dem Oszilloskop bestimmt. Allerdings muss man sich hier noch klarmachen, wo der Zeitnullpunkt bzw. der Beginn einer Periode liegt: Bei einem Nulldurchgang des Stroms ist die Magnetisierung gerade maximal. $t = 0$ wurde also auf das erste Maximum des Signals gelegt und letzteres von hier an dann über eine Periode integriert.

Daraus ergibt sich $(\frac{dM}{dt})_1$, wie in der Vorbereitung besprochen, nach

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_1 = -\frac{1}{\mu_0 N_2 F_0} \kappa \frac{2}{T} \int_0^T dt U_{ind} \sin(\omega_{rest}) + \frac{N_1 \hat{I} \omega_{res} F_2}{F_0 l} \quad (18)$$

Für unsere Werte erhalten wir damit die folgenden Magnetisierungsänderungen:

I_{eff} [A]	$\int_0^T dt U_{ind} \sin(\omega_{rest})$ [Vs]	$(dM/dt)_1$ [A/(sm)]
0,5	$28,8 \cdot 10^{-3} \pm 0,31\%$	$-3,75 \cdot 10^7 \pm 1,61\% \pm 5,36\%$
0,6	$27,5 \cdot 10^{-3} \pm 0,32\%$	$-2,70 \cdot 10^7 \pm 1,91\% \pm 6,68\%$
0,7	$27,3 \cdot 10^{-3} \pm 0,33\%$	$-2,11 \cdot 10^7 \pm 1,53\% \pm 8,51\%$

Tabelle 6: Magnetisierungsänderung aus Oszilloskop

5 Berechnung von g

g berechnet sich nun einfach über

$$g = \frac{2m_e V}{q_e} \cdot \frac{(\frac{dM}{dt})_1}{D} . \quad (19)$$

Wir erhalten nun für beide Methoden der Bestimmung von $(\frac{dM}{dt})_1$ jeweils für beide β -Werte einen Wert für g . Der Fehler ergibt sich aus einer Größtfehlerabschätzung der Fehler von D und $(\frac{dM}{dt})_1$.

6 Fazit

$\left(\frac{dM}{dt}\right)_1$	I [A]	β	g
Galvanometer	β_1	0,5	$1,47 \pm 1,01\% \pm 12,83\%$
Galvanometer	β_2	0,5	$17,21 \pm 5,94\% \pm 5,49\%$
Galvanometer	β_1	0,6	$0,531 \pm 0,92\% \pm 6,92\%$
Galvanometer	β_2	0,6	$6,224 \pm 5,93\% \pm 6,92\%$
Galvanometer	β_1	0,7	$0,30 \pm 0,58\% \pm 5,49\%$
Galvanometer	β_2	0,7	$3,54 \pm 5,88\% \pm 5,49\%$
Oszilloskop	β_1	0,5	$0,32 \pm 1,61\% \pm 15,55\%$
Oszilloskop	β_2	0,5	$3,73 \pm 11,89\% \pm 11,40\%$
Oszilloskop	β_1	0,6	$0,081 \pm 1,91\% \pm 11,00\%$
Oszilloskop	β_2	0,6	$0,945 \pm 7,74\% \pm 10,98\%$
Oszilloskop	β_1	0,7	$0,036 \pm 1,53\% \pm 11,40\%$
Oszilloskop	β_2	0,7	$0,417 \pm 4,42\% \pm 14,62\%$

Tabelle 7: g-Faktor

6 Fazit

Wie man an den vielen erhaltenen g -Werten sieht haben sie leider keine allzu große Aussagekraft, da sie über zwei Größenordnungen schwanken. Erwartet haben wir einen Wert nahe $g = 2$.

Auf der einen Seite ist das natürlich auf die grob unterschiedlichen Abklingzeiten β_1 und β_2 zurückzuführen. Es liegt nahe, dass wir in der Berechnung bei einem der beiden Zeiten einen Faktor 10 übersehen haben, allerdings konnten wir auch nach mehrmaligem Überprüfen keinen Fehler feststellen. Es ist auch schwer zu sagen, welcher der beiden Werte eher dem wahren Wert entspricht, da es für beide auch g -Faktoren in der erwarteten Größenordnung von 1 gibt.

Auf der anderen Seite führen auch die beiden unterschiedlichen Methoden zur Bestimmung der Magnetisierungsänderung zu signifikant voneinander abweichenden Werten von $\left(\frac{dM}{dt}\right)_1$.

Auffällig ist, dass die Werte auch nicht innerhalb ihrer Fehlergrenzen miteinander in Einklang zu bringen sind. Dies deutet darauf hin, dass mindestens eine erhebliche uns nicht bekannte systematische Fehlerquelle existiert. Selbst wenn diese bekannt wäre hätte man aber noch nicht viel gewonnen wenn man sie nicht quantitativ erfassen kann, da man sonst Fehler von mehreren 100% erhalten würde, was eine genaue Bestimmung von g unmöglich macht.

Ein konkreter Verdacht liegt in der sehr empfindlichen Aufhängung des Glasfadens begründet. Kleine Abweichungen von der Ideallage in der Mitte können bewirken, dass der Stab sich nicht im homogenen Teil des Magnetfelds der Feldspule befindet.