Vorbereitung zur ferromagnetischen Hysteresis

Armin Burgmeier (1347488) Gruppe 15

11. November 2007

1 Luftspule

An eine Reihenschaltung von Vorwiderstand und Spule wird eine Wechselspannung von $f = 50Hz$ angelegt. Durch Messung der Spannungsamplitude $\hat{U}$ am Widerstand können wir die Stromstärke bestimmen:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}}{R} \tag{1}$$

Die verlustbehaftete Spule wiederrum lässt sich als Reihenschaltung von Widerstand r und Induktivität L auffassen. $Z = r + i\omega L$ bezeichnet dann den Scheinwiderstand dieser Anordnung (mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$).

Misst man nun die Spannung an der Spule U_L kann man aus $|Z| = \frac{\hat{U}_L}{\hat{I}}$ den Betrag des Scheinwiderstands bestimmen. Lässt man sich die Spannungskurven von Vorwiderstand und Spule gleichzeitig auf einem Oszilloskop anzeigen, so kann man die Zeitdifferenz Δt der Nulldurchgänge der beiden Kurven ermitteln.

Die Phasendifferenz φ ergibt sich dann aus $T = \frac{2\pi}{\omega}$ zu $\varphi = 2\pi\frac{\Delta t}{T} = \Delta t\omega$. Nun kann man mit den Beziehungen

$$r = |Z| \cos\varphi \tag{2}$$

und

$$L = |Z| \frac{\sin\varphi}{\omega} \tag{3}$$

die Induktivität und den Verlustwiderstand bestimmen. Die zu erwartende Induktivität der Zylinderspule ergibt sich zu

$$L = n^2\mu_0 k\frac{A}{l} \tag{4}$$

Dabei ist n die Windungszahl der Spule, A der Spulenquerschnitt, l die Länge der Spule und k ein Korrekturfaktor falls die Länge der Spule nicht signifikant größer als ihr Radius ist.

2 Spule mit Eisenkern

Für eine Spule mit Eisenkern gilt

$$L = kn^2\mu\mu_0\frac{A}{l} \tag{5}$$

mit der mittleren Länge l der Feldlinien im Eisenkern und der Querschnittsfläche des Eisenkerns A. Die Länge und der Querschnitt der Spule sind vernachlässigbar. L lässt sich auf die gleiche Weise wie bei der Luftspule bestimmen. Dann ist nur noch μ unbekannt und durch Umstellen nach μ

$$\mu = \frac{Ll}{n^2k\mu_0A} \tag{6}$$

findet man die geforderte Wechselfeld-Permeabilität. Da L nun von der Stromstärke abhängt wird auch μ von der Stromstärke abhängig sein.

3 Hysteresiskurve und Ummagnetisierungsverluste

Um eine Hysteresekurve auf dem Oszilloskop sichtbar zu machen, schaltet man es auf X/Y-Betrieb und trägt auf der X-Achse ein Signal proportional zu H und auf der Y-Achse eines proportional zu B auf.

Als Maß für H kann der Spannungsabfall am Vorwiderstand benutzt werden. Die Eichung ergibt sich dann aus $H = nk\frac{I}{l}$ und $I = \frac{U}{R}$ zu

$$H = nk\frac{U}{Rl} \tag{7}$$

Als Maß für B eignet sich ein RC-Glied, das an einen sekundären Stromkreis angeschlossen ist, in dem eine Spannung $U_{ind} = n_2A\dot{B}$ induziert wird (mit der Windungszahl n_2 und der Querschnittsfläche A der Spule in der dies geschieht). Für die Spannung am Kondensator gilt:

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\int I\mathrm{d}t = \frac{1}{C}\int\frac{U_{ind} - U_C}{R} \tag{8}$$

wobei R der Widerstand des RC-Gliedes und C die Kapazität des Kondensators ist. Gilt nun $U_C << U_{ind}$, was durch einen möglichst hohen Widerstand und eine möglichst hohe Kapazität erreicht werden kann, so ist $U_{ind} - U_C \approx U_{ind}$. Mit

$$B = \frac{1}{n_2A}\int U_{ind}\mathrm{d}t = \frac{RCU_C}{n_2A} \tag{9}$$

ergibt sich dann eine Eichung für B, denn R, C, n_2 und A sind bekannt. $U_C << U_{ind}$ gilt dann, wenn die Spannung am Widerstand R groß im Vergleich zur Spannung am Kondensator U_C ist. Daher muss $R >> \frac{1}{\omega C}$ gelten.

Wählen wir $R = 100k\Omega$ und $C = 10\mu F$ finden wir bei $f = 50Hz$ $100000\Omega >> 318,3\Omega$, d.h. der Fehler ist kleiner als 1%.

Das Integral $\oint B\mathrm{d}H$ ergibt sich durch Zählen der Kästchen auf dem Oszilloskopbild und entspricht der Magnetisierungsarbeit pro Volumen $\frac{W}{V}$. Mithilfe der Zeit eines Zyklus $T = \frac{2\pi}{\omega}$ und dem Materialvolumen des Eisenkerns $V = lA$ berechnet sich die Verlustleistung zu

$$P = \frac{W}{V}\frac{V}{T} \tag{10}$$

Kennt man zusätzlich den Spulenstrom I_{eff}, kann man auch den Verlustwiderstand

$$r = \frac{P}{I_{eff}^2} \tag{11}$$

berechnen.

Liest man ein Wertepaar (H, B) der Hysteresekurve ab, so kann man die zugehörige Wechselfeld-Permeabilität über die Beziehung $B = \mu_0 \mu H$ zu

$$\mu = \frac{1}{\mu_0}\frac{B}{H} \tag{12}$$

finden.

4 Remanenz, Koerzitivkraft und Sättigungsinduktion

Schaltet man das äußere Magnetfeld H ab, so bleiben die magnetischen Bezirke im Material noch teilweise ausgerichtet, das heißt die magnetische Flussdichte B ist nicht 0. Dieser Effekt heißt Remanenz.

Will man, dass B dennoch verschwindet, so muss man ein entgegengesetztes Magnetfeld H anlegen. Die Feldstärke, die nötig ist um B verschwinden zu lassen heißt Koerzitivkraft.

Die Sättigungsinduktion ergibt sich zu

$$B_S = B - \mu_0 H \tag{13}$$

für das Wertepaar (H, B) am Sättigungspunkt auf der Hysteresekurve.