Vorbereitung zum Halleffekt

Armin Burgmeier (1347488) Gruppe 15

25. November 2007

0 Grundlagen

0.1 Halleffekt

Auf geladene, bewegte Teilchen im Magnetfeld wirkt die Lorentzkraft $\vec{F_L} = q\vec{v} \times \vec{B}$, auf geladene Teilchen im elektrischen Feld eine elektrische Kraft $\vec{F_{el}} = q\vec{E}$.

Dies trifft auch auf Ladungsträger in einem elektrischen Leiter zu. Fließe also ein Strom I durch einen Leiter, der so in ein Magnetfeld gebracht wird, dass er senkrecht zu den Feldlinien des Feldes steht. Der Einfachheit halber sei das Koordinatensystem so gewählt, dass sich die Elektronen im Leiter in x-Richtung bewegen und das Magnetfeld in z-Richtung zeigt:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} \tag{1}$$

Auf die Elektronen im Leiter wirkt die Lorentzkraft wodurch sie an den Rand des Leiters abgelenkt werden. Die positiven Ladungsträger hingegen sind nicht frei beweglich. So findet eine Ladungstrennung statt und zwischen positiven und negativen Ladungsträgern entsteht ein elektrisches Feld $\vec{E}$. Betrachtet man den Leiter als Plattenkondensator, so ergibt sich $|E| = \frac{U_H}{d}$, wobei U_H die Hallspannung (die gemessen werden kann) und d die Dicke des Leiters ist.

Über die Stromdichte $\vec{j} = nev$ (mit der Ladungsträgerdichte n) und $|j| = \frac{I}{A}$ (mit dem Leiterquerschnitt A) kann man schließlich eine Beziehung zwischen der Stromstärke I und der Geschwindigkeit der Elektronen $\vec{v}$ finden.

Die abstoßende Kraft $\vec{F_L}$ und die anziehende elektrische Kraft $\vec{F_{el}}$ stehen in einem Gleichgewicht, sodass gilt:

$$e\vec{v} \times \vec{B} = e\vec{E} \tag{2}$$

Setzt man die oben genannten Beziehungen ein, so erhält man für B:

$$B = \frac{neA}{Id}U \tag{3}$$

Stellt man dies nach der Hallspannug U um

$$U = \frac{BId}{neA} = R_H \frac{BI}{b} \tag{4}$$

so ergibt sich die Hallkonstante R_H. Sie ist nur vom verwendeten Material abhängig. $b = \frac{A}{d}$ ist die Breite der Hallsonde.

0.2 Feldplatte

Eine Feldplatte ist ein elektrisches Bauteil, dessen Widerstand vom magnetischen Feld abhängt, in dem es sich befindet. In dieser Feldplatten verlaufen in geringem Abstand (Mikrometerbereich) stromleitende Nadeln. Befindet sich die Platte im feldfreien Raum, so beeinflussen diese den Stromfluss nicht.

Liegt aber ein Magnetfeld $\vec{B}$ an, so erfahren die Elektronen eine Lorentzkraft und werden zu einer Seite hin abgelenkt. Somit vergrößert sich der Weg den sie durch die Feldplatte nehmen und damit der ohmsche Widerstand der Platte. Dieser Zusammenhang ist aber nicht proportional, daher liegt uns für den Versuch eine Kurve vor, die die $B\left(U_f\right)$-Abhängigkeit beschreibt, wobei U_f die vor und nach der Feldplatte abgegriffene Spannung ist. Diese ist annährend unabhängig vom durchflossenen Strom, da ein Vorwiderstand R_V, der 40-mal so groß wie ist wie die maximal mögliche Spannung an der Feldlpatte U_f, in die Schaltung integriert ist.

1 Messung des magnetischen Feldes mit einer Feldplatte

1.1 Bestimmung des Magnetfelds

Es sollen Erregerströme I_{er} ermittelt werden, die nötig sind, um Magnetfelder bestimmter Feldstärken zu erzeugen. Dies kann zwar auch rechnerisch mithilfe des Biot-Savart-Gesetzes

$$B\left(\vec{r}\right) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \vec{j}\left(\vec{r}\right) \times \frac{\vec{r} - \vec{r'}}{\left|\vec{r} - \vec{r'}\right|^3} \mathrm{d}V' \tag{5}$$

ermittelt werden, jedoch ist das Integral je nach Geometrie der Anordnung schwer bis gar nicht analytisch zu lösen.

Stattdessen messen wir mit der Feldplatte eine Spannung U_f, aus der wir mittels der vorliegenden Eichkurve auf die magnetische Flussdichte B schließen können. Nun können wir den Erregerstrom I_{er} so einstellen, dass wir eine bestimmte Feldstärke B erreichen und bei genügend vielen Messpunkten B über I_{er} auftragen.

2 Messungen an einer Metallhallsonde

2.1 Linearität der Hallspannung und Ermitteln der Hallkonstante

Mit einer Hallsonde aus Gold soll die Hallspannung U_H bei verschiedenen Magnetfeldern B und bei verschiedenen Steuerströmen I_S gemessen und die Linearität zwischen den beiden Größen und der Hallspannung verifiziert werden. Da sich unausweichlich Geometriefehler bei der Hallsonde ergeben müssen diese durch ein Potentiometer ausgeglichen werden. Die Sonde ist so zu eichen, dass sich bei einem Magnetfeld von $B = 0\text{T}$ eine Hallspannung von $U_H = 0\text{V}$ ergibt.

Um die Linearität der Abhängigkeiten $U_H\left(I_S\right)$ und $U_H\left(B\right)$ nachprüfen und in der Fehlerrechnung eine Aussage über die Standardabweichung machen zu können müssen jeweils mehrere Wertepaare (etwa 10) aufgenommen werden. Bei konstantem Magnetfeld B wird der Steuerstrom I_S variiert und umgekehrt. Die Stellgrößen sollten gleichmäßig über die gültigen Intervalle ($0\text{A} \leq I_S \leq 0,15\text{A}$, $0\text{T} \leq B \leq 1,4\text{T}$) verteilt sein.

Aus den Ausgleichsgeraden ergibt sich nach Gleichung 4 die Hallkonstante R_H. Laut Wikipedia erwarten wir hier einen Wert von $R_H = -7 \cdot 10^{-11}\,{}^{\text{m}^3}\!/_{\text{C}}$. Die Ladungsträgerdichte ergibt sich dann direkt aus der Hallkonstanten zu $n = \frac{1}{R_H e}$.

Die mittlere Zahl freie Elektronen pro Goldatom ζ_{Au} ergibt sich aus dem Quotienten von Elektronendichte und Teilchendichte:

$$\zeta_{Au} = \frac{n}{\rho_n} \tag{6}$$

Dabei ist ρ_n die Anzahl an Teilchen pro Volumen. Sie ergibt sich zu

$$\rho_n = \rho_{Au}\frac{N_A}{M_{au}} \tag{7}$$

mit der Materialdichte ρ_{Au}, der Avogadro-Konstanten N_A und der molaren Masse von Gold M_{Au}. Für Gold betragen diese Konstanten

$$\rho = 19,3\,{}^{\text{g}}\!/_{\text{cm}^3} \qquad N_A = 6,02 \cdot 10^{-23}\,{}^{1}\!/_{\text{mol}} \qquad M_{au} = 197,0\,{}^{\text{g}}\!/_{\text{mol}}$$

2.2 Elektrische Leitfähigkeit und Elektronenbeweglichkeit

An einer Seite der Hallsonde befinden sich zwei weitere Anschlüsse, an denen die Spannung U_r die zwischen diesen abfällt gemessen werden kann. Kennt man den Steuerstrom I_s, so kann man daraus den Widerstand R der Hallsonde berechnen

$$R = \frac{1}{I}U \tag{8}$$

Bei mehreren gemessenen Werten wird wieder eine Ausgleichsrechnung vorgenommen. Für den spezifischen Widerstand gilt bei konstanter Stromdichte $\vec{j}$, wie wir sie im Versuch annehmen:

$$R = \rho \frac{A}{l} \tag{9}$$

Die elektrische Leitfähigkeit σ_{Au} entspricht dem Kehrwert des spezifischen Widerstands ρ. Die Elektronenbeweglichkeit μ_{Au} berechnet sich dann zu

$$\mu_{Au} = \sigma_{Au} R_H \tag{10}$$

3 Messungen an einer Halbleiterhallsonde

Als Halbleiter wird Indiumarsenid eingesetzt, eine Verbindung zwischen Indium und Arsen. Bei Halbleitern ist zu beachten, dass es zwei Arten von Ladungsträgern gibt, nämlich konventionelle Elektronen und Löcher die sich wie positive Ladungsträger verhalten. Bei Indiumarsenid kann die Leitung der Löcher jedoch vernachlässigt werden gegenüber der Elektronenleitung. Es werden die gleichen Messungen und Berechnungen wie bei der Goldhallsonde durchgeführt.

3.1 Linearität der Hallspannung und Ermitteln der Hallkonstante

Es soll überprüft werden ob auch bei Halbleitern ein linearer Zusammenhang zwischen Hallspannung und Steuerstrom bzw. Hallspannung und Magnetfeld vorliegt. Die molare Masse zur Bestimmung der mittleren Zahl freier Ladungsträger ergibt sich aus der Summe der Molaren Masse von Arsen und Indium und beträgt $M_{InAs} = 189{,}7\,\mathrm{g/mol}$. Die Dichte von Indiumarsenid beträgt $\rho_{InAs} = 5{,}7\,\mathrm{g/cm^3}$.