

Protokoll zum Versuch „Stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld, Halleffekt“

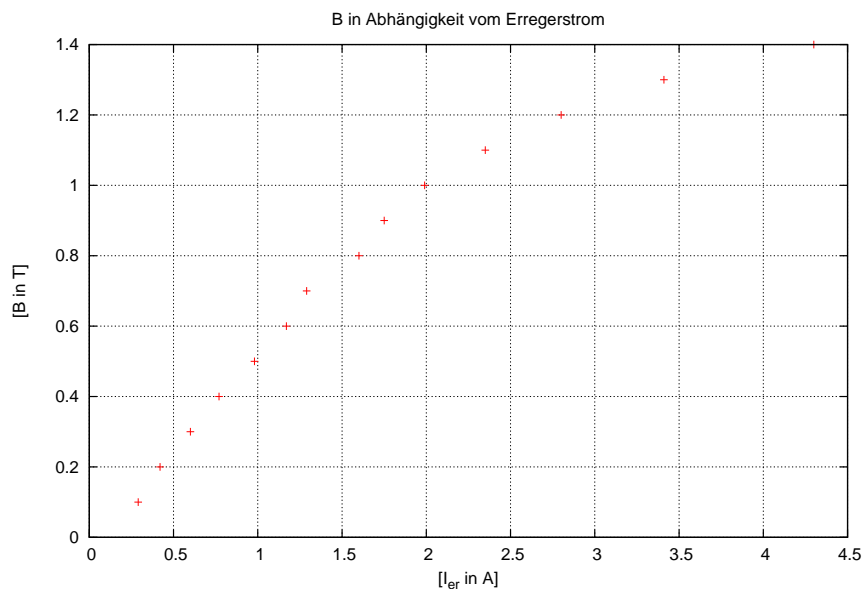
Kirstin Hübner (1348630) Armin Burgmeier (1347488)
Gruppe 15

2. Dezember 2007

1 Messung des magnetischen Feldes mit einer Feldplatte

1.1 Bestimmen der Erregerströme

Wir haben die Feldplatte an die Stromquelle angeschlossen und die an der Feldplatte abfallende Spannung gemessen. Die Stromstärke I_{er} haben wir so eingestellt, dass wir die gewünschten Magnetfeldstärken von $0 \leq B \leq 1,4\text{T}$ in $0,1\text{T}$ -Schritten (durch Ablesen der zugehörigen Spannung U_f auf der vorliegenden Eichkurve) erhielten. Im folgenden haben wir nun B über I_{er} aufgetragen.



Auf dem Schaubild ist zu erkennen, dass der Zusammenhang bis zu einem Spulenstrom von ca. 2A linear ist. Danach nimmt die Steigung der Kurve sicht-

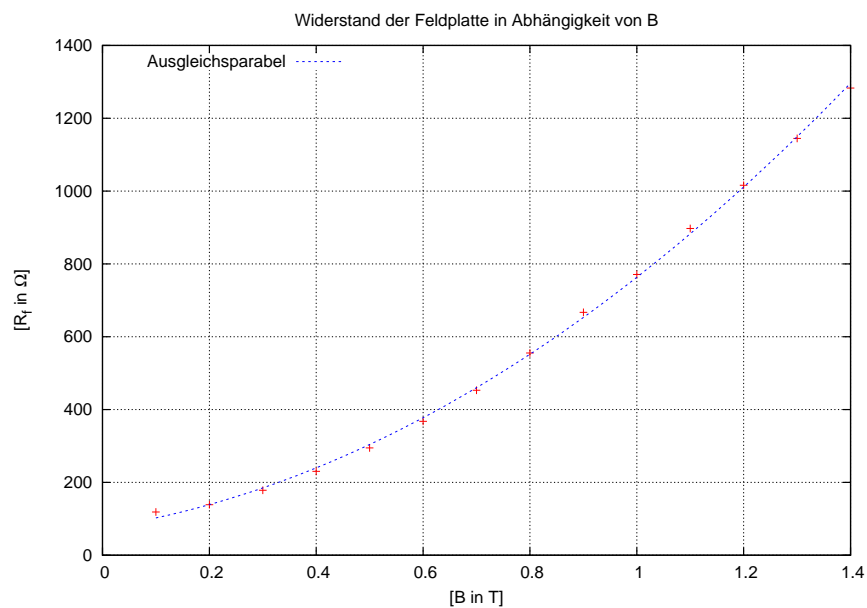
bar immer mehr ab. Dies kann man darauf zurückführen, dass die Magnetisierung des Eisenkerns immer mehr zunimmt.

1.2 Widerstand der Feldplatte

Der Widerstand der Feldplatte ergibt sich zu

$$R_f(B) = R_V \frac{U_f}{U_0 - U_f} \quad (1)$$

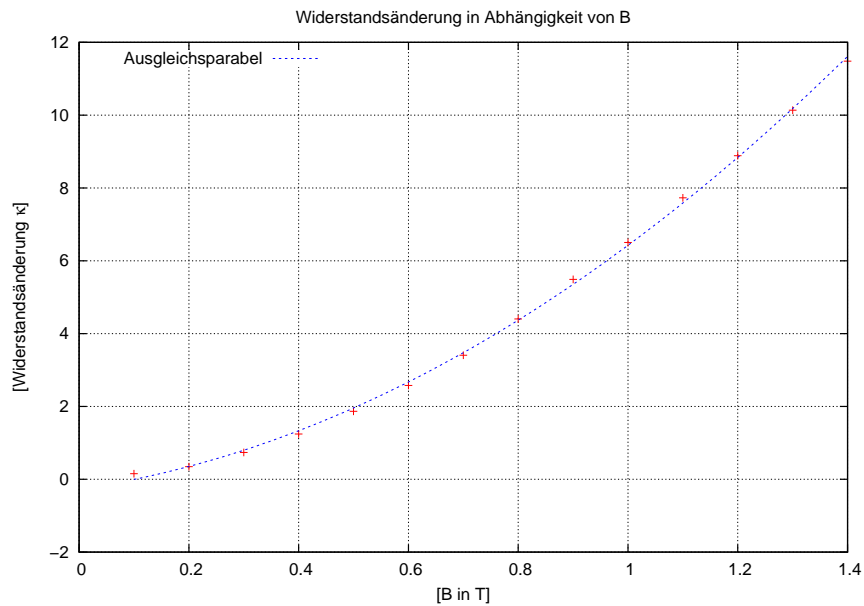
wobei $R_V = 25\text{k}\Omega$ der gegebene Vorwiderstand ist und aus der Aufgabenstellung die Spannung $U_0 = 6,35\text{V}$ übernommen wurde, die an die Feldplatte angelegt war. Trägt man den Widerstand gegen B auf, ergibt sich folgendes Schaubild:



Die Widerstandsänderung κ bezüglich des feldfreien Falls ergibt sich durch

$$\kappa = \frac{R_f(B) - R_f(0)}{R_f(0)}$$

Trägt man diese Änderung gegen B auf, so erhält man wieder eine parabelförmige Kurve:



Wir können zwar nicht rechnerisch zeigen, dass der Zusammenhang wirklich quadratisch ist, da jedoch alle Punkte sehr gut auf der Ausgleichskurve liegen, können wir einen solchen Zusammenhang zumindest in dem von uns gemessenen Bereich annehmen.

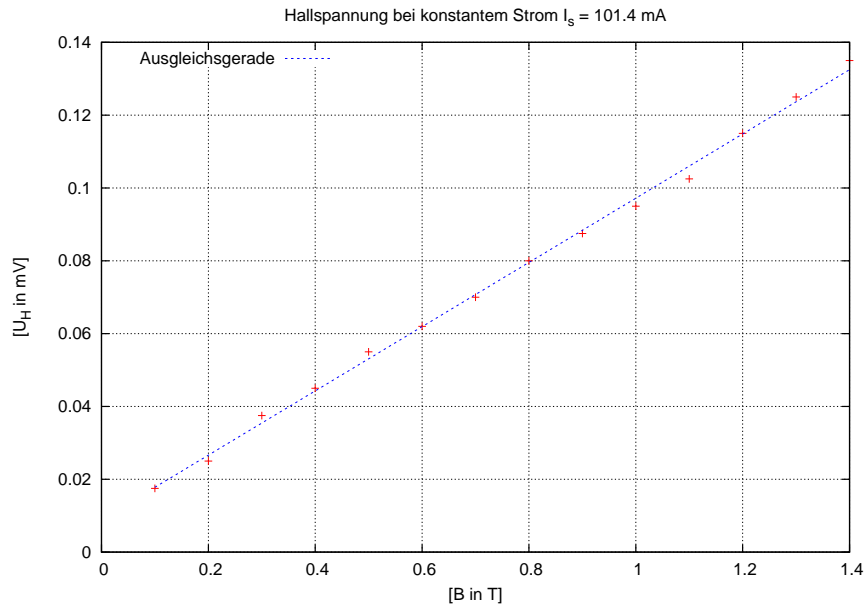
2 Messungen an einer Metallhallsonde

2.1 Messung der Hallspannung

2.1.1 Bestimmung der Hallkonstante R_H bei konstantem I_S

Im ersten Teil haben wir bei konstantem Strom $I_S \approx 101,4\text{mA}$ das B-Feld variiert und die zugehörige Hallspannung gemessen. Gleichzeitig haben wir die in Aufgabe 2.2 benötigte Spannung U_r gemessen.

Als problematisch stellte sich heraus, dass der eingestellte Strom I_S nicht konstant blieb sondern stetig gesunken ist. Wich er zu weit vom angepeilten Wert $I_S \approx 101,4\text{mA}$ ab, so haben wir versucht ihn nachzuregeln um eine korrekte Messung zu gewährleisten. Es ergibt sich folgendes Schaubild:



Wir können somit also die Linearität von $U_H(B)$ bestätigen. Der Sprung zwischen dem Wert für $B = 1,1\text{T}$ und $B = 1,2\text{T}$ lässt sich unter Umständen durch das Nachregeln des Stroms an dieser Stelle begründen.

Wie in den Vorbereitungen hergeleitet kann die Hallkonstante aus der Ausgleichsgeraden des jeweiligen Schaubilds ermittelt werden:

$$R_H = \frac{U_H d}{B I} = m \frac{d}{I} \quad (2)$$

mit der Geradensteigung m . Die lineare Regression wurde mit gnuplot ausgeführt und ergibt $m = 0,088\text{mV/T}$. Damit ergibt sich $R_H = 5,307 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$. Nun müssen noch folgende Fehler betrachtet werden:

1. Statistische Fehler

Für die gemessene Größe m ergibt sich ein statistischer Fehler von $\sigma_m = 0,00118\text{mV/T}$. Dieser pflanzt sich in R_H wie folgt fort:

$$m_{stat} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_H}{\partial m} \sigma_m\right)^2} = 0,071 \cdot 10^{-11} \text{m}^3/\text{C} \quad (3)$$

2. Systematische Fehler

Die Hallspannung U_H haben wir auf einer Skala in $0,005\text{mV}$ -Schritten abgelesen, daher nehmen wir $\Delta U_H = 0,0025\text{mV}$ als Fehler an. Der Fehler von der Dicke d der Hallsonde ist zu $\Delta d = 3\text{nm}$ gegeben. Aus der Vorbereitungshilfe entnehmen wir, dass das Messgerät für I_S einen Fehler von $1,5\%$ hatte. Bei einem Messbereich von 200mA ergibt sich $\Delta I_S = 3,0\text{mA}$.

Insgesamt ergibt sich damit ein systematischer Fehler von

$$m_{sys} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_H}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial R_H}{\partial I_S} \Delta I_S\right)^2} = 0,305 \cdot 10^{-11} \text{m}^3/\text{C} \quad (4)$$

Die systematischen Fehler von U_H und B haben wir nicht in die Rechnung einbezogen, da uns nicht bewusst war wie diese rechnerisch über die Regression einzubinden sind.

Somit ergibt sich insgesamt die Hallkonstante zu

$$R_H = (5,307 \pm 0,071 \pm 0,305) \cdot 10^{-11} \text{m}^3/\text{C}$$

Nun können wir die Konzentration freier Elektronen $n_{Au} = \frac{1}{R_H e}$ bestimmen. Es ergibt sich $n_{Au} = 1,1781/\text{m}^3$. Hier pflanzt sich der statistische und systematische Fehler von R_H fort. Es ergibt sich

$$n_{Au} = (1,178 \pm 0,016 \pm 0,068) \cdot 10^{29} 1/\text{m}^3$$

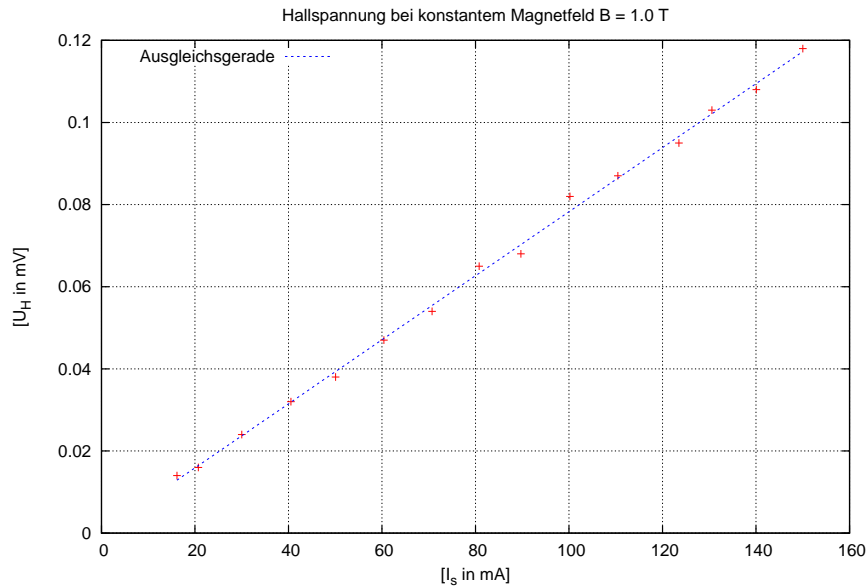
Die mittlere Zahl freier Elektronen ist $\zeta_{Au} = \frac{M_{Au}}{\rho_{Au}} n_{Au} = 1,993$. Die Fehler ergeben sich wieder durch Fortpflanzung, wobei wir für M_{Au} und ρ_{Au} keinen Fehler angenommen haben.

$$\zeta_{Au} = (1,993 \pm 0,027 \pm 0,115)$$

Hiermit ergeben sich im Schnitt 2 freie Elektronen pro Goldatom.

2.1.2 Bestimmung der Hallkonstante R_H bei konstantem B

Diesmal haben wir bei konstantem Magnetfeld $B = 1\text{T}$ den Steuerstrom I_S verändert.



Erneut bestätigt sich die Proportionalität von U_H zu I_S . Bei jeder Änderung des Stroms I_S mussten wir den elektrischen Geometrieabgleich der Hallsonde erneut ausführen. Dazu mussten wir das Magnetfeld zwischen jeder Messung komplett ausschalten und das Potentiometer so einstellen, dass das Messgerät auch $U_H = 0 \text{ V}$ angezeigt hat. Anschließend haben wir das Magnetfeld wieder auf $B = 1 \text{ T}$ eingestellt um die nächste Messung durchzuführen. Daraus ergeben sich ungenauere Messwerte, da sowohl das ständige Neueinstellen des Magnetfelds als auch der Abgleich des Spannungsmessgerätes Fehlerquellen vermuten lassen.

Die Steigung des Schaubilds beträgt $m = 0,780 \cdot 10^{-3} \text{ V/A}$. Damit ergibt sich

$$R_H = 4,758 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{C}$$

Genauer genommen ergeben sich folgende Fehler:

1. Statistische Fehler

Aus der Ausgleichsgeraden ergibt sich wieder ein statistischer Fehler für die Steigung $\sigma_m = 9,593 \cdot 10^{-6} \text{ V/A}$. Fehlerfortpflanzung in R_H führt zu

$$m_{stat} = 0,059 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{C}$$

2. Systematische Fehler

Beim Einstellen des Spulenstroms I_{er} nehmen wir einen Fehler von $\Delta I_{er} = 0,05 \text{ A}$ an. Dieser pflanzt sich in B fort. Da wir keine explizit gegebene Funktion $B(I_{er})$ haben nehmen wir in der Umgebung von $B = 1 \text{ T}$ einen linearen Zusammenhang an. Diesen haben wir mit gnuplot zu $B(I_{er}) =$

$0.17\text{T} + 0.34\text{T}/AI_{er}$ bestimmt ($1,75\text{A} \leq I_{er} \leq 2,35\text{A}$). Hiermit können wir den systematischen Fehler von B bestimmen:

$$\Delta B = \sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial I_{er}} \Delta I_{er}\right)^2} = 0,017\text{T} \quad (5)$$

Analog zu unserer ersten Berechnung nehmen wir einen systematischen Fehler für $\Delta d = 3\text{nm}$ an. Der systematische Fehler für R_H ist dann

$$m_{sys} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_H}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial R_H}{\Delta B}\right)^2} = 0,248 \cdot 10^{-11}\text{m}^3/\text{C} \quad (6)$$

Insgesamt erhalten wir somit einen Wert von

$$R_H = (4,758 \pm 0,059 \pm 0,248) \cdot 10^{-11}\text{m}^3/\text{C}$$

Die Konzentration freier Elektronen ergibt sich analog zu

$$n_{Au} = (1,314 \pm 0,016 \pm 0,068) \cdot 10^{29}1/\text{m}^3$$

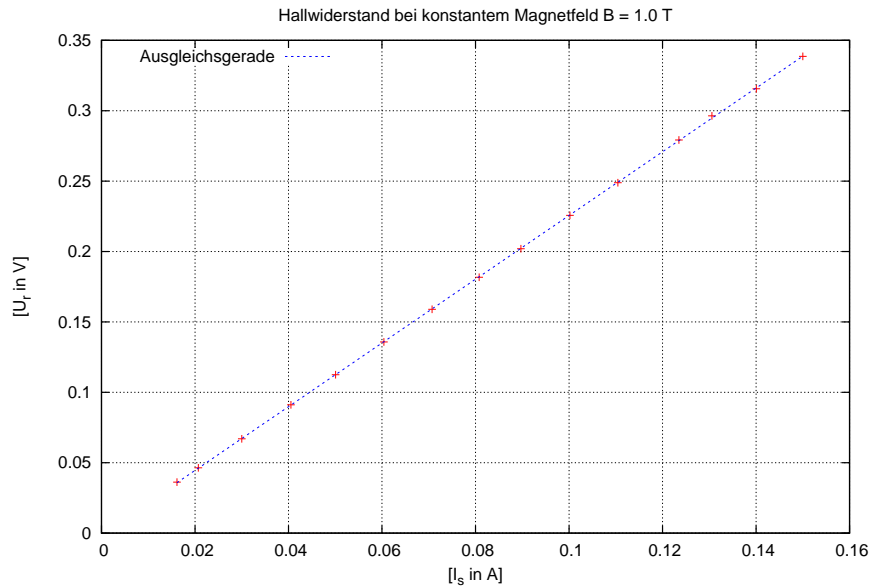
und die mittlere Zahl freier Elektronen zu

$$\zeta_{Au} = (2.223 \pm 0,027 \pm 0,115)$$

Die erste Messung weist zwar größere Fehler auf, liegt aber näher am Literaturwert von $R_H = 7,10 \cdot 10^{-11}\text{m}^3/\text{C}$. Jedoch überschneiden sich die Toleranzbereiche. Auffällig ist, dass beide Messungen nicht in den Bereich des Literaturwerts kommen. Wir vermuten eine signifikante systematische Fehlerquelle an mindestens einem Bauteil, die wir jedoch nicht bestimmen können.

2.2 Hallwiderstand und Elektronenbeweglichkeit

Trägt man die gemessene an der Hallsonde abfallende Spannung U_r gegen den angelegten Steuerstrom I_S auf, so ergibt sich der Widerstand der Hallsonde aus der Steigung der Ausgleichsgeraden.



Die Steigung der Ausgleichsgeraden und damit der Hallwiderstand beträgt $R = 2,263\Omega$. Der statistische Fehler ist $m_{stat} = 0,003\Omega$. Wir nehmen einen systematischen Fehler von $\Delta U_r = 30\text{mV}$ und $\Delta I_s = 3\text{mA}$ an, können diese aber aus dem gleichen Grund wie oben nicht in R fortpflanzen. Somit erhalten wir

$$R = (2,263 \pm 0,003) \Omega$$

Die elektrische Leitfähigkeit ergibt sich zu

$$\sigma_{Au} = \frac{l}{Rbd} = 23,342 \cdot 10^6 1/\Omega\text{m}$$

Der statistische Fehler in σ_{Au} ergibt sich durch Fehlerfortpflanzung von R . Die statistischen Fehler der anderen Größen sind nicht angegeben. Wir finden $m_{stat} = 0,031 \cdot 10^6 1/\Omega\text{m}$.

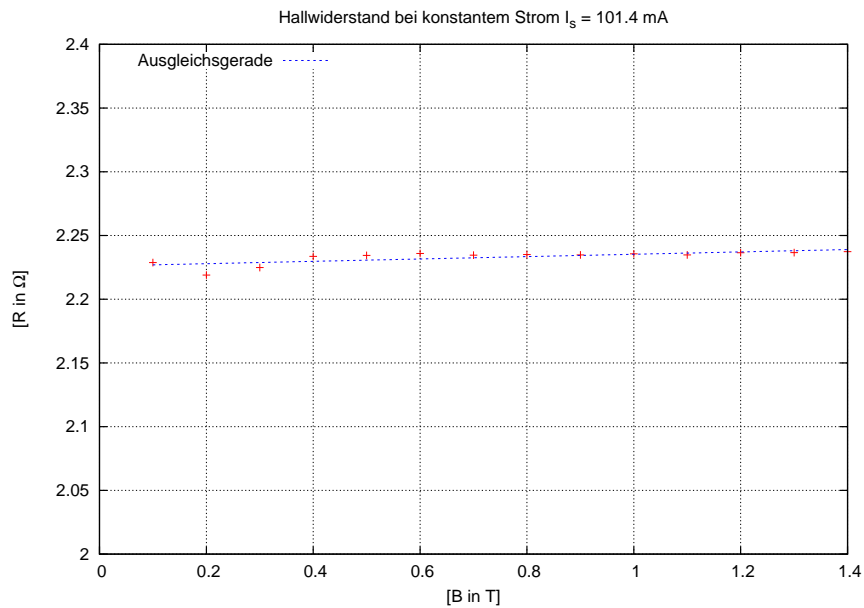
b und d haben den gleichen systematischen Fehler wie oben, der Fehler von l beträgt $\Delta l = 0,1\text{mm}$. Somit ergibt sich der systematische Fehler von z zu $m_{sys} = 1,177 \cdot 10^6 1/\Omega\text{m}$. Unser gemessener Wert ist somit

$$\sigma_{Au} = (23,342 \pm 0,031 \pm 1,177) \cdot 10^6 1/\Omega\text{m}$$

Für die Elektronenbeweglichkeit $\mu_{Au} = \sigma_{Au} R_H$ verwenden wir den R_H -Wert aus der Messung mit konstantem B -Feld, da wir auch bei der Bestimmung σ_{Au} von konstantem B -Feld ausgegangen sind. Damit ergibt sich

$$\mu_{Au} = (1,111 \pm 0,001 \pm 0,008) \cdot 10^{-3} \text{m}^2/\Omega\text{C}$$

Verändern wir bei konstantem Steuerstrom I_S das Magnetfeld B , so ergibt sich ein relativ konstanter Widerstand R .



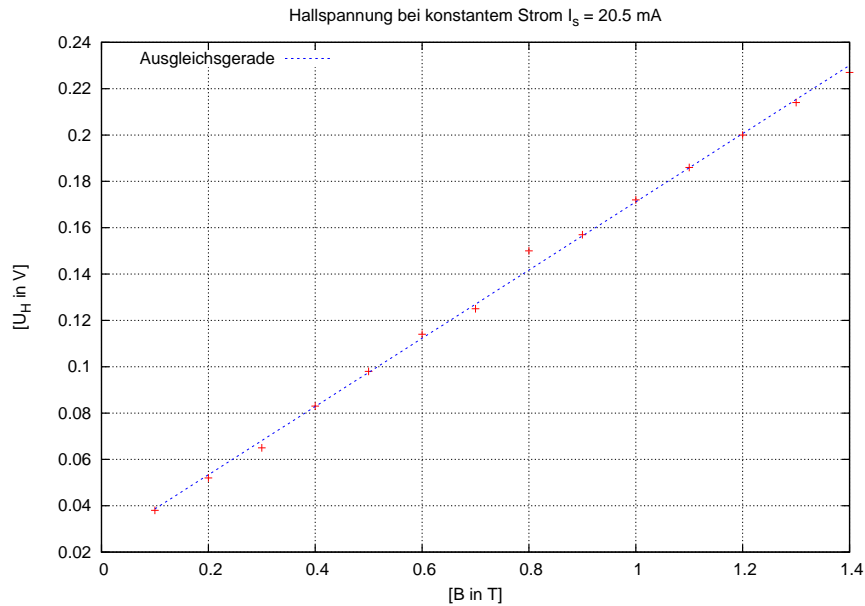
Da das Magnetfeld den Weg den die Elektronen zurücklegen so gut wie nicht verlängert erhöht sich auch der ohmsche Widerstand nicht (anders als bei der Feldplatte). Unsere Messung repräsentiert diesen Sachverhalt, da die Steigung der Geraden mit $m = 9,25 \cdot 10^{-3} \Omega/\text{T}$ verschwindend gering ist.

3 Messungen an einer Halbleiterhallsonde

3.1 Messung der Hallspannung

3.1.1 Bestimmung der Hallkonstante R_H bei konstantem I_S

Analog zu Aufgabe 2.1 haben wir nun mit einer Halbleiterhallsonde bei festem Strom $I_S \approx 20,5 \text{ mA}$ das Magnetfeld B variiert und die Hallspannung U_H gemessen. Trägt man nun U_H über B auf, so erhält man folgendes Schaubild:



Man kann also erkennen, dass es auch bei der InAs-Hallsonde einen linearen Zusammenhang zwischen B und U_H gibt.

Die Hallkonstante ergibt sich wieder aus der Steigung m der Ausgleichsgeraden zu $R_H = 1,796 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}$. Für die Fehler betrachten wir wieder:

1. Statistische Fehler

Für die gemessene Größe m ergibt sich ein statistischer Fehler von $\sigma_m = 1,916 \text{ mV/T}$. Dieser pflanzt sich in R_H wie oben fort:

$$m_{stat} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_H}{\partial m} \sigma_m\right)^2} = 0,023 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C} \quad (7)$$

2. Systematische Fehler

Der Fehler von der Dicke d der Hallsonde ist zu $\Delta d = 0,5 \mu\text{m}$ gegeben. Das Messgerät für I_S hat einen Fehler $\Delta I_S = 3,0 \text{ mA}$.

Insgesamt ergibt sich damit ein systematischer Fehler von

$$m_{sys} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_H}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial R_H}{\partial I_S} \Delta I_S\right)^2} = 0,450 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C} \quad (8)$$

Somit ergibt sich insgesamt die Hallkonstante zu

$$R_H = (1,796 \pm 0,023 \pm 0,450) \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{C}$$

Die Konzentration freier Elektronen ergibt sich also zu $n_{InAs} = 3,262 \cdot 10^{23} 1/m^3$. Der Fehler folgt aus Fehlerfortpflanzung von R_H :

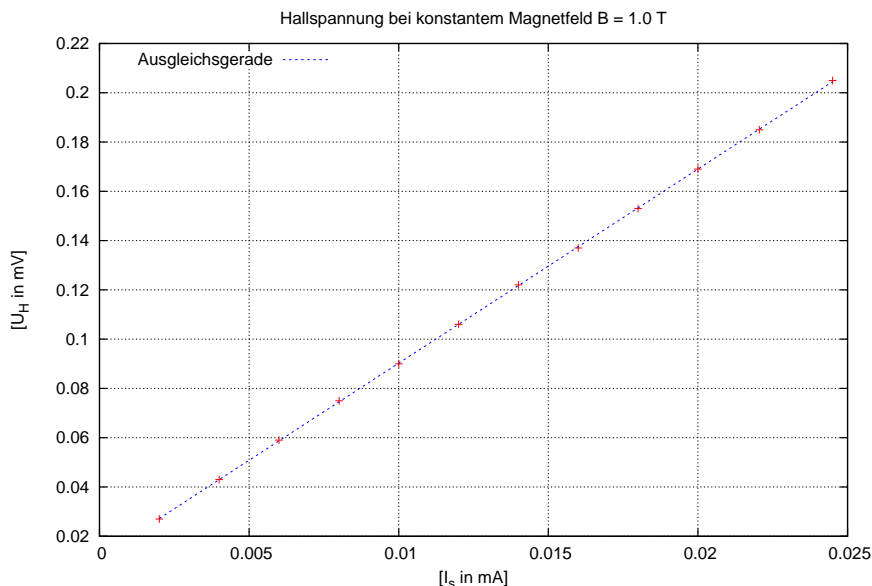
$$n_{InAs} = (3,262 \pm 0,039 \pm 0,766) \cdot 10^{23} \frac{1}{m^3}$$

Im Vergleich mit Aufgabe 2.1 stellen wir fest, dass die Ladungsträgerkonzentration im Halbleiter deutlich geringer ist als im Metall. Dies war zu erwarten, da der Halbleiter schlechter leitet als Gold.

Die Hallkonstante R_H ist proportional zum Kehrwert der Ladungsträgerdichte und daher im Halbleiter deutlich größer.

3.1.2 Bestimmung der Hallkonstante R_H bei konstantem B

Auch hier haben wir analog zu Aufgabe 2.1 U_H über I_S aufgetragen wobei $B = 1T$ konstant war.



Aus der Geradensteigung $m = 7.879V/A$ folgt die Hallkonstante $R_H = 1,970 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{C}$. Die Fehler ergeben sich aus statistischem Fehler der linearen Regression und den systematischen Fehlern mit $\Delta d = 0,5\mu m$ und $\Delta B = 0,017T$. Insgesamt erhalten wir

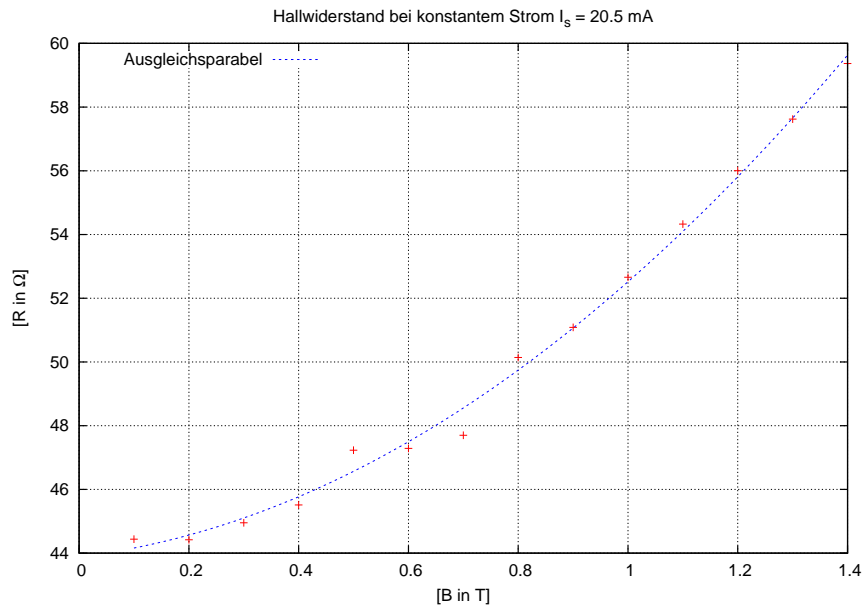
$$R_H = (1,970 \pm 0,003 \pm 0,395) \cdot 10^{-5} m^3/C$$

Die Ladungsträgerkonzentration berechnet sich damit zu $n_{InAs} = 3,173 \cdot 10^{23} 1/m^3$. Unter Berücksichtigung der Fehler von R_H kommen wir damit zu

$$n_{InAs} = (3,173 \pm 0,005 \pm 0,636) \cdot 10^{23} 1/m^3$$

3.2 Abhängigkeit des Hallwiderstands vom Magnetfeld

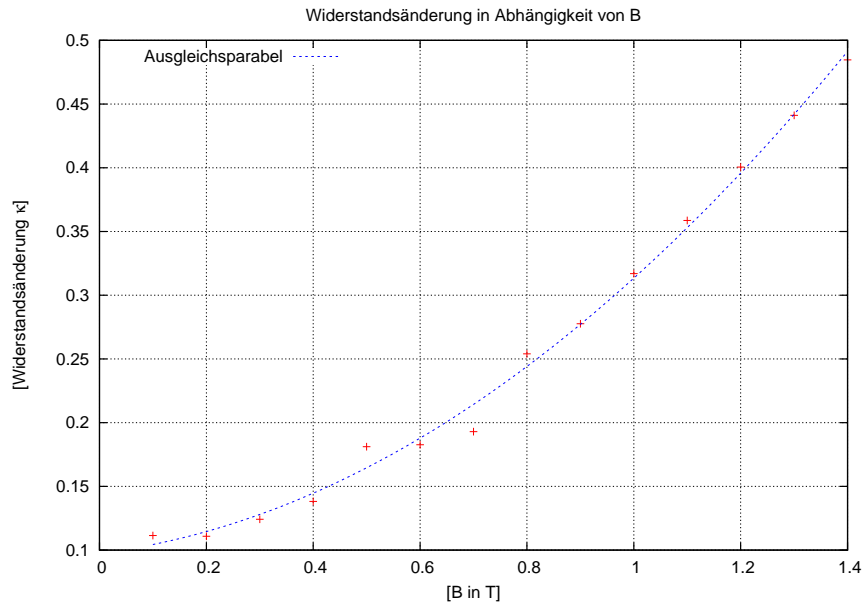
Wie in Aufgabe 1.2 und 2.2 haben wir die Abhängigkeit des Widerstandes der Hallsonde vom Magnetfeld betrachtet. Dazu haben wir einen konstanten Strom $I_S = 20,5\text{mA}$ an die Hallsonde angelegt und das B-Feld variiert. Trägt man nun den aus den Messungen folgenden Widerstand über B auf, so ergibt sich folgendes Bild:



Leider ist die Abhängigkeit nicht eindeutig zu erkennen. Da die Punkte bei niedrigen Feldstärken eine deutlich niedrigere Steigung ausweisen als bei höheren haben wir uns für eine Ausgleichsparabel entschlossen.

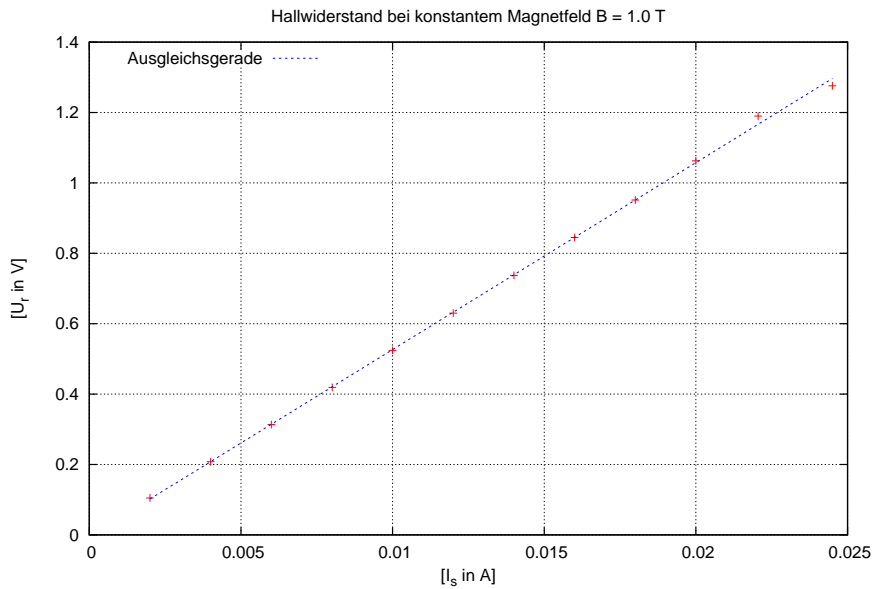
Interessant ist nun, die Ergebnisse der einzelnen Messungen zu vergleichen. Bei den Messungen der Feldplatte erhielten wir in diesem Zusammenhang eine parabelförmige Kurve, wobei wir für die Goldhallsonde eine nahezu konstante Funktion erhielten. Man kann also deutlich sehen, dass die Stärke der Beeinflussung durch das Magnetfeld von den Eigenschaften des gemessenen Objekts abhängt. Bei der Halbleiterhallsonde ergibt sich auch ein vom Magnetfeld abhängiger Widerstand, jedoch deutlich weniger stark ausgeprägt als bei der Feldplatte.

Trägt man die relative Widerstandsänderung gegenüber dem feldfreien Fall über B auf, so kann man folgendes beobachten:



Die Widerstandsänderung fällt geringer aus als bei der Feldplatte, zeigt jedoch einen ähnlichen Verlauf. Dies war nach den vorherigen Beobachtungen zu erwarten, denn der Widerstand der Hallsonde steigt von 44Ω auf lediglich 60Ω bei $1,4\text{T}$ an, wohingegen der der Feldplatte von etwa 100Ω auf 1100Ω ansteigt.

Zur Berechnung der Elektronenbeweglichkeit ermitteln wir zunächst den Widerstand der Hallsonde bei konstantem Magnetfeld indem wir U über I auftragen und aus der Steigung der Ausgleichsgeraden den Widerstand ablesen.



Der Widerstand ergibt sich zu $R = 53,101\Omega$. Berücksichtigt man den statistischen Fehler, so erhalten wir

$$R = (53,101 \pm 0,421)\Omega$$

Die Leitfähigkeit σ_{InAs} ergibt sich damit zu $\sigma_{InAs} = 1,507 \cdot 10^{41}/\Omega\text{m}$. Den statistischen Fehler erhalten wir aus Fehlerfortpflanzung des Fehlers von R , die systematischen Fehler der drei anderen Größen waren mit $\Delta d = 0,5\mu\text{m}$, $\Delta b = 0,05\text{mm}$ und $\Delta l = 0,05\text{mm}$ gegeben.

$$\sigma_{InAs} = (1,507 \pm 0,012 \pm 0,306) \cdot 10^{41}/\Omega\text{m}$$

Für die Elektronenbeweglichkeit finden wir $\mu_{InAs} = \sigma_{InAs}R_H = 0,297\text{m}^2/\Omega\text{C}$. Berücksichtigt man die Fehler von R_H und σ_{InAs} , so erhalten wir

$$\mu_{InAs} = (0,297 \pm 0,002 \pm 0,085)\text{m}^2/\Omega\text{C}$$

Die Elektronenbeweglichkeit ist somit im Halbleiter signifikant größer als im Metall. Da jedoch die Ladungsträgerdichte im Gold wesentlich höher ist, bleibt dieser der bessere Leiter.

4 Fazit

Es war sehr interessant die verschiedenen Abhängigkeiten der Hallspannungen vom Magnetfeld und vom Steuerstrom zu beobachten. Besonders einprägsam fanden wir die Feldplatte als magnetfeldabhängiger Widerstand. Bei der Fehlerrechnung ist uns aufgefallen, dass die systematischen Fehler gegenüber den statistischen Fehlern überwiegen. Wir haben also genügend Messwerte aufgenommen. Um eine noch genauere Messung zu erhalten sind daher bessere Versuchsbedingungen anzustreben.