Vorbereitung zum Versuch „Galvanometer“

Armin Burgmeier (1347488) Gruppe 15

13. Januar 2008

0 Funktionsweise des Galvanometers

Das Galvanometer ist ein hochempfindliches Strommessinstrument. Es basiert auf der Lorentzkraft, die bewegte Ladungen im Magnetfeld erfahren. Eine stromdurchflossene Leiterschleife erfährt dadurch ein Drehmoment. Da sie mechanisch an eine Feder angeschlossen ist wirkt aber auch ein rücktreibendes Drehmoment. Nach einem Einschwingvorgang ist die Auslenkung der Leiterschleife proportional zum durchflossenen Strom.

Beim Spiegelgalvanometer, wie im Versuch verwendet, wird für die Anzeige kein Zeiger, sondern ein Spiegel benutzt, der von außen mit einem Lichtstrahl bestrahlt und auf eine Skala reflektiert wird. Der „Zeiger“ kann somit beliebig lang gemacht werden ohne an Masse zuzunehmen.

0.1 Schwingungsgleichung

Die Schwingungsdifferentialgleichung des Galvanometers ist

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = \frac{G}{\Theta}I \tag{1}$$

Der Ansatz $\varphi = A \cdot e^{-\lambda t}$ führt auf

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0 \tag{2}$$

Nach λ aufgelöst:

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} \tag{3}$$

Man unterscheidet drei Fälle:

- Schwingfall: $\omega_0^2 > \beta^2$

  λ ist komplex und es ergibt sich die Gleichung einer gedämpften Schwingung, die exponentiell abklingt.

- Kriechfall: $\omega_0^2 < \beta^2$

  λ ist reell. Die Lösung ist eine hyperbolische Kurve, die gegen den Nullpunkt strebt.

- Grenzfall: $\omega_0^2 = \beta^2$
  Mit $\lambda = 0$ ergibt sich ein nichtschwingender exponentieller Abfall.

1 Vorversuche

Einige Vorversuche sollen die Empfindlichkeit des Galvanometers verdeutlichen.

1.1 Potentialdifferenz des Körpers

Man nimmt zwei Banenenstecker jeweils in eine Hand und schließt sie am Galvanometer an. Durch statische Aufladungen ergibt sich eine geringe Potentialdifferenz, und es fließt ein kleiner Strom. Das Galvanometer ist in der Lage diesen zu erkennen.

1.2 Drehwiderstand ohne Spannungsquelle

Ein Drehwiderstand von etwa 100Ω wird ohne Spannungsquelle an das Potentiometer angeschlossen. Bewegt man nun den Widerstand, so entsteht durch die Bewegung Wärme, die Elekronen auslöst, und somit einen Strom verursacht. Das Galvanometer kann auch diesen Strom wahrnehmen.

1.3 Ruhestellung

Wir vergleichen die Ruhestellung (Galvanometer nicht angeschlossen) mit der bei angeschlossenem (unbewegtem) Drehwiderstand.

2 Stromempfindlichkeit und Innenwiderstand

Schaltung 1 (aus der Aufgabenstellung) liefert eine einstellbare Versorgungsspannung, an die die anderen Schaltungen angeschlossen werden können. In diesem Aufgabenteil betrachten wir nur den eingeschwungenen Fall, d.h. wenn der Lichtpunkt auf der Skala zur Ruhe gekommen ist. Dann gilt

$$\alpha = C_I I \tag{4}$$

wobei α der Ausschlag des Galvanometers, C_I seine statische Stromempfindlichkeit und I der Strom ist, der durch das Galvanometer fließt.

2.1 Messung über mehrere Widerstände

Um die statische Stromempfindlichkeit C_I und den Innenwiderstand R_G des Galvanometers zu messen wird Schaltung 2 verwendet. Dabei wird der Ausschlag α des Galvanometers bei verschiedenen Stromstärken (entsprechend der Widerstände in der Schaltung) gemessen.

Das Galvanometer wird jeweils an die Widerstände R_5 bis R_{10}, im folgenden mit R bezeichnet, und die Leitung ohne Widerstand ($R = 0$) angeschlossen. Dann fällt über diesem Widerstand und dem Galvanometer eine Spannung ab:

$$U_{GR} = (R + R_G)I_G \tag{5}$$

Hierbei ist R_G der Innenwiderstand des Galvanometers und I_G der Strom der durch das Galvanometer fließt. Nach den Kirchhoffschen Regeln muss am Widerstand R_4 die gleiche Spannung abfallen:

$$U_{GR} = U_4 = R_4 I_4 \tag{6}$$

mit dem Strom I_4 durch den Widerstand R_4. Für den Strom I durch den Widerstand R_3 muss gelten:

$$I = I_4 + I_G = \frac{U}{R_3} \tag{7}$$

Damit kann man I_4 aus (6) eliminieren. I_G kann man durch Gleichung (4) ausdrücken. Es folgt:

$$(R + R_G)\frac{\alpha}{C_I} = R_4 \left(\frac{U}{R_3} - \frac{\alpha}{C_I} \right) \tag{8}$$

α lesen wir am Galvanometer ab. Die verbleibenden unbekannten Größen sind R_G und C_I. Um sie zu ermitteln machen wir mehrere Messungen für verschiedene Widerstände R und schreiben Gleichung (8) um:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_3}{C_I R_4 U} R + \frac{R_3\,(R_G + R_4)}{C_I R_4 U} \tag{9}$$

Tragen wir $\frac{1}{\alpha}$ über R auf, so lässt sich die Steigung der entstehenden Geraden und deren y-Achsenabschnitt leicht ablesen und wir können daraus die noch unbekannten Größen ausrechnen.

2.2 Messung über Brückendiagonale

2.2.1 Offene Brücke

Wir schließen Schaltung 3 zunächst mit offener Brücke (d.h. keine Verbindung) an die Spannungsversorgung an. Wir wollen wieder $\frac{1}{\alpha}$ für verschiedene Widerstände R_{14} gegeneinander auftragen. Auch in dieser Schaltung ergibt sich daraus wieder eine Gerade, wie man wie folgt einsieht:

Für den gemessenen Strom I_G durch das Galvanometer gilt:

$$I_G = \frac{U_{G14}}{R_G + R_{14}} = \frac{(I - I_G)\,(R_{12} + R_{13})}{R_G + R_{14}} \tag{10}$$

Hierbei ist U_{G14} die am Potentiometer und an R_{14} abfallende Spannung und I der Gesamtstrom. Setzt man $I = \frac{U}{R_{11}}$, da R_{11} im Vergleich zum Widerstand der verbleibenden Schaltung sehr groß ist und stellt nach I_G um, so findet man:

$$I_G = \frac{U\left(R_{12} + R13\right)}{R_{11}\left(R_{12} + R_{13} + R_{14} + R_G\right)} \tag{11}$$

Durch Einsetzen von 4 kann man nun nach $\frac{1}{\alpha}$ umstellen und die Gleichung so umformen, dass man sie als Geradengleichung in R_{14} erkennt:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11}}{UC_I\left(R_{12} + R_{13}\right)} R_{14} + \frac{R_{11}\left(R_G + R_{12} + R_{13}\right)}{UC_I\left(R_{12} + R_{13}\right)} \tag{12}$$

2.2.2 Geschlossene Brücke

Diesmal wird die Brücke geschlossen und erneut die Ausschläge für verschiedene R_{14} gemessen. Für den Strom I_G durch das Galvanometer gilt:

$$I_G = \frac{U_G}{R_G} = \frac{U_{12}}{R_G} = \frac{I_{12}R_{12}}{R_G} = \frac{\left(I - I_G\right) R_{12}}{R_G} \tag{13}$$

mit der am Galvanometer bzw. Widerstand R_{12} abfallenden Spannung U_G bzw. U_{12}, dem Strom I_{12} durch den Widerstand R_{12} und dem Gesamtstrom I. Letzterer wird wieder als $\frac{U}{R_{11}}$ angenommen. Damit ergibt sich:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11}\left(R_G + R_{12}\right)}{C_I U R_{12}} \tag{14}$$

Wie man sieht hängt α nicht von R_{14} ab. Wir erwarten daher eine zur x-Achse parallele Gerade wenn wir $\frac{1}{\alpha}$ über R_{14} auftragen.

Setzt man die Geradengleichungen einander gleich (sprich, berechnet man den Schnittpunkt) und beachtet, dass $R_{12} = R_{13}$ gilt, so ergibt sich:

$$\frac{R_{11}\left(R_G + R_{12}\right)}{C_I U R_{12}} = \frac{R_{11}}{2UC_I R_{12}} R_{14} + \frac{R_{11}\left(R_G + 2R_{12}\right)}{2UC_I R_{12}} \tag{15}$$

Löst man nach der X-Variablen R_{14} auf, so findet man verblüffenderweise

$$R_{14} = R_G \tag{16}$$

2.2.3 Ausschlag in Abhängigkeit von der Spannung

In Schaltung 4 soll bei $R_a = \infty$ der Ausschlag des Galvanometers in Abhängigkeit von der Spannung gemessen werden. Der Strom durch das Galvanometer ergibt sich dann nach dem ohmschen Gesetz zu

$$I = \frac{U}{R_{15} + R_G} \tag{17}$$

Somit können wir α über I auftragen. Die statische Stromempfindlichkeit ergibt sich nach (4) direkt aus der Steigung einer Regressionsgeraden.

3 Schwingungsverhalten

Bisher haben wir nur den eingeschwungenen Fall betrachtet. In diesem Aufgabenteil wollen wir nun den Schwingvorgang an sich untersuchen. Dazu wird wieder Schaltung 4 verwendet. Wir schalten den Strom dazu nach dem Einschwingvorgang aus und untersuchen die Rückschwingung um den Nullpunkt.

Wir messen dabei die Schwingungsdauer T und die Auslenkungen bei jeder Periode α_n. Aus letzteren können wir direkt das Dämpfungsverhältnis $\frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$ angeben. Wir messen über so viele Schwingungen wie möglich, das heißt bis die Ausschläge insignifikant klein werden.

Aus diesen beiden gemessenen Größen bestimmen wir weiter:

- Die Abklingkonstante β_{R_a}.

  Sie ergibt sich zu $\beta_{R_a} = \frac{1}{T} \log\left(\frac{a_{n-1}}{a_n}\right)$. Das logarithmische Verhalten liegt im exponentiellen Abklingen der Schwingung begründet.

  Zudem tragen wir $\frac{1}{\beta_{R_a} - \beta_\infty}$ über R_a auf und legen eine Ausgleichsgerade durch die Punkte.

- Die Frequenz des ungedämpften Galvanometers ω_0.

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2} \tag{18}$$

- Der Außenwiderstand $R_{a,gr}$.

  Er ergibt sich durch Ablesen des Widerstandswerts in oben genannter Gerade bei $\frac{1}{\omega_0 - \beta_\infty}$. Dies ist der Widerstand bei dem der Schwingfall in den Kriechfall übergeht, was im Versuch nachgeprüft werden soll.

- Die Galvanometerkenngrößen D, Θ und D.

  Mit den drei in der Aufgabenstellung gegebenen Gleichungen ergibt sich

$$G = \frac{2}{mC_{I'}\omega_0^2} \quad \Theta = \frac{2}{mC_{I'}^2\omega_0^4} \quad D = \frac{2}{mC_{I'}^2\omega_0^2} \tag{19}$$

  Dabei ist $C_{I'}$, anders als C_I in den vorherigen Aufgaben, der Drehwinkel im Bogenmaß geteilt durch den Strom und nicht mehr die auf der Skala zurückgelegte Strecke geteilt durch den Strom. m ist die Steigung der Geraden (siehe Abklingkonstante β_{R_a}).

4 Kurze Stromstöße

Im Gegensatz zu den vorherigen Aufgaben wollen wir nun untersuchen, wie sich das Galvanometer bei nur kurzen Stromstößen verhält, wenn es also nicht genügend Zeit hat um die Gleichgewichtslage beim Einschwingen zu erreichen. Die kurzen Stromstöße werden durch Entladung eines Kondensators erreicht

(Schaltung 5). Als Stromstoßdauer nehmen wir $T_Q = 3RC$ an, da hier der Großteil (95%) der Ladung vom Kondensator abgeflossen ist.

4.1 Experimentelle Bestimmung der Stromstoßempfindlichkeit

Die Stoßstromepfindlichkeit $C_b = \frac{\alpha}{Q} = \frac{\alpha}{CU}$ ist wie die Stromempfindlichkeit der Quotient aus (Maximal-)Ausschlag und Strom. Da der Strom hier jedoch nur über eine sehr kurze Zeitdauer T_Q wirkt kann man auch die Ladung betrachten, die insgesamt durch das Galvanometer fließt. Berücksichtigt man noch, dass ein Teil der Ladung durch den Widerstand R_a statt durch das Galvanometer fließt, so findet man

$$C_b = \frac{R_a + R_G}{R_a} \frac{\alpha}{CU} \tag{20}$$

Die Kapazität des Kondensators ist bekannt und die an ihn angelegte Spannung wird direkt mit Schaltung 1 eingestellt. Wir messen für verschiedene Widerstände R_a.

4.2 Theoretische Bestimmung der Stromempfindlichkeit

Hier ist zunächst eine Unterscheidung des Schwingfalls erforderlich, d.h. das Vorzeichen der Größe $\beta^2 - \omega_0^2$ (siehe 0.1).

Nach der Vorbereitungshilfe (Abschnitt 5) gilt jeweils in Näherung (α bezeichnet den Maximalausschlag des Galvanometers):

- Kriechfall:
  $\alpha = \frac{R_G+R_a}{G} Q$. Durch Gleichsetzen mit $\alpha = QC_b$ folgt
  $$C_b = \frac{R_G + R_a}{G} \tag{21}$$
- Grenzfall:
  $\alpha = \frac{GQ}{\Theta\omega_0 e}$, woraus
  $$C_b = \frac{G}{\Theta\omega_0 e} \tag{22}$$
  folgt.
- Schwingfall:
  Es gilt $\alpha = \frac{GQ}{\Theta\omega_0}$, was zu
  $$C_b = \frac{G}{\Theta\omega_0} \tag{23}$$
  führt.

4.3 Unabhängigkeit von T_Q und T

Wir sind bisher davon ausgegangen, dass die Stromstoßempfindlichkeiten C_b unabhängig von der Entladezeit T_Q des Kondensators ist. Dies gilt jedoch nur, wenn T_Q klein im Gegensatz zur Schwingungsdauer T ist. Um dies zu verifizieren machen wir mehrere Messungen mit großem T_Q. Wegen $T_Q = 3RC$ wählen wir dazu R genügend groß.

5 Fragen

- Warum kann man R_G nicht mit einem der üblichen Ohmmeter messen?

  Ein Ohmmeter legt eine konstante Spannung an und misst dann den Strom, der durch das zu testende Bauteil fließt, oder umgekehrt. Ein herkömmliches Ohmmeter würde jedoch eine viel zu große Stromstärke erzeugen, die das empfindliche Galvanometer beschädigen würde.

- Wozu könnte wohl der in Schaltung 4 zum Galvanometer parallelgaschaltete 330Ω-Widerstand dienen?

  Er dient zur Abschwächung von Induktionsströmen. Wenn sich die Spule im Magnetfeld dreht, wird wegen der Flächenänderung ein Strom induziert, der sonst zu einem Wackeln des Zeigers führen würde.

- Wie ergibt sich die statische Spannungsempfindlichkeit des Galvanometers?

  Zu

  $$C_U = \frac{C_I}{R_G} \tag{24}$$

- Wieso ergibt sich bei Aufgabe 2.2 R_G als Schnittpunkt-R?

  Siehe Herleitung in 2.2.2.

- Welchen Sinn haben ballistische Messungen?

  Bei ballistischen Messungen wird in einer kurzen Zeit Impuls und Energie von einem Objekt auf ein anderes übertragen. Durch die Messung der Geschwindigkeit oder Energie dessen lässt sich somit auf die des ersten Objekts zurückschließen. Typisches Beispiel ist eine Gewehrkugel, die auf einen Sandsack trifft und durch dessen Maximalausschlag die Energie und der Impuls der Gewehrkugel berechnet werden kann.

  In diesem Versuch ist der kurze Stromstoß des Kondensators die Gewehrkugel, und durch die Auslenkung des Galvanometers kann man die Gesamtladung Q berechnen.