

Vorbereitung zum Versuch „Laser und Wellenoptik (Teil B)“

Kirstin Hübner (1348630) Armin Burgmeier (1347488)
Gruppe 15

5. Mai 2008

1 Erzeugen des Bildes eines Spaltes aus dessen Beugungsbild

In diesem Versuchsteil soll aus dem Beugungsbild eines Spaltes die Form des Spaltes selbst wieder gewonnen werden. Der Versuchsaufbau ist denkbar einfach: Ein Laserstrahl wird an einem Einzelspalt gebeugt und trifft auf einen Schirm. Dort nimmt ein Phototransistor die Intensität auf und leitet sie digitalisiert an einen Rechner weiter.

Das Beugungsbild entspricht im wesentlichen dem Betragsquadrat der Fouriertransformierten der Transformationsfunktion. Im Falle des Einzelspaltes ist diese 1 im Bereich des Spaltes und 0 sonst. Im Prinzip kann nun durch Wurzelziehen und Fourier-Rücktransformation wieder die Transmissionsfunktion, d.h. das Bild des Spaltes gewonnen werden. Allerdings gehen dabei die Vorzeichen der Amplituden und Phaseninformationen im Exponenten der komplexen e -Funktion verloren.

Ist allerdings bekannt, dass es sich bei dem Objekt um einen Einzelspalt handelt, so kann der Rechner das Vorzeichen ergänzen und anschließend auch die Fourier-Rücktransformation mithilfe eines FFT-Programms¹ durchführen. Bei komplexeren Objekten als einem Einzelspalt ist dieses Verfahren allerdings wegen der fehlenden Phaseninformation nicht mehr so einfach anwendbar.

2 Michelson-Interferometer

Das Michelson-Interferometer kann benutzt werden, um durch die Phasendifferenz zweier Lichtstrahlen minimale Längenunterschiede messen zu können. Abbildung 1 zeigt den Aufbau eines solchen Interferometers: Der von links einlaufende Lichtstrahl wird an dem Strahlenteiler nach rechts und nach oben weitergelenkt. Dort werden die beiden Teilstrahlen durch die Spiegel rechts bzw.

¹FFT: Fast Fourier Transformation

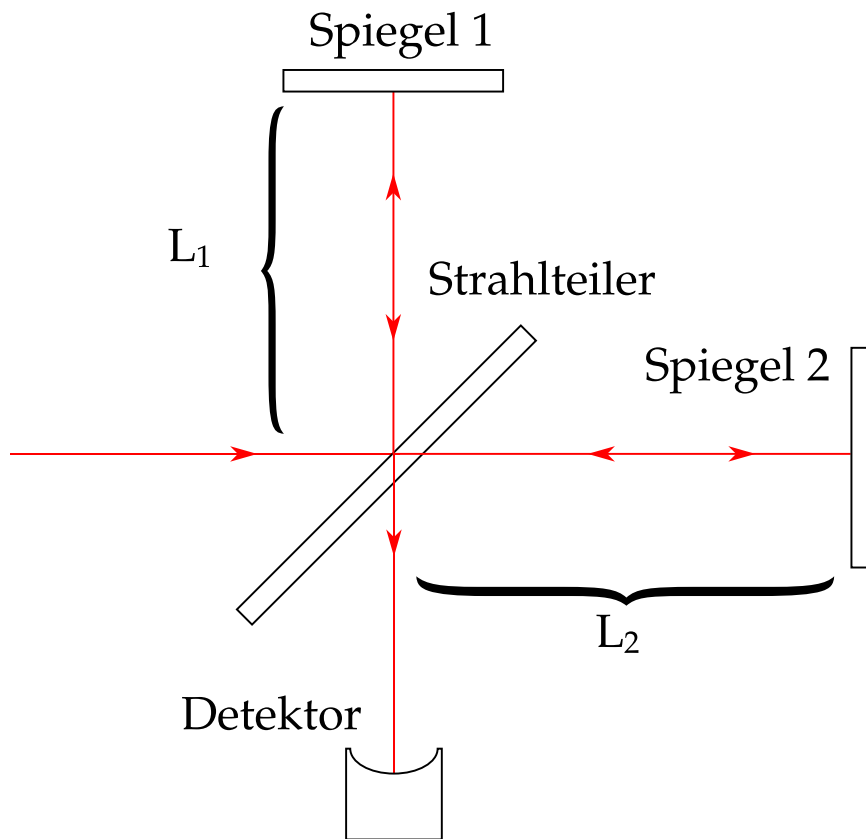


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Michelson-Interferometers

oben reflektiert. Am Strahlenteiler werden dann beide Strahlen Richtung Detektor gelenkt, der die resultierende Lichtintensität feststellt, die durch Interferenz der beiden Lichtstrahlen entsteht.

Der Wegunterschied der beiden Strahlen beträgt $\Delta l = 2|L_1 - L_2|$ (Hin- und Rückweg). Ist dieser ein Vielfaches der Wellenlänge λ , $\Delta l = n\lambda$, so beobachtet man konstruktive Interferenz, ist er dagegen um $\frac{\lambda}{2}$ dagegen verschoben, $\Delta l = \frac{(2n-1)\lambda}{2}$, dann tritt destruktive Interferenz auf. Der Wegunterschied der Schraube von einem Maximum zu einem Minimum bzw. umgekehrt beträgt $\frac{\lambda}{4}$.

2.1 Magnetostriktion

Magnetostriktion bezeichnet den Effekt, dass sich die Länge eines Materials ändert, wenn es sich in einem äußeren Magnetfeld $B = \mu_0 H$ befindet. Dies kommt daher, dass sich die Elementarmagnete des Materials im Magnetfeld ausrichten.

Im Versuch wird ein Nickelstab mit einem Spiegel an dessen einen Ende als einer der Spiegel des Interferometers verwendet. Dann wird das Magnetfeld angeschaltet und der Spiegel verschiebt sich in Folge der Längenänderung des Nickels. Diese Verschiebung ist mit dem Interferometer nachweisbar.

Die Längenänderung ist proportional zur magnetischen Feldstärke und die Größe

$$s = \frac{\Delta l}{H l_0} \quad (1)$$

bezeichnet man als den Magnetostruktionskoeffizienten, der von Material zu Material unterschiedlich ist. Δl ist die Längenänderung infolge der Magnetostruktions- und l_0 die ursprüngliche Länge. Das Magnetfeld wird durch Stromfluss durch eine lange Spule erzeugt für das näherungsweise

$$H = n \frac{I}{l_0} \quad (2)$$

gilt, wobei I die Stromstärke und n die Windungszahl der Spule bezeichnet. Bei der im Versuch verwendeten Spule ist $n = 2000$.

Der Strom wird jeweils so eingestellt, dass die resultierende Intensität des Interferometers entweder maximal oder minimal wird. Zwischen zwei solchen Einstellungen liegt ein Längenunterschied von $\frac{\lambda}{4}$. Treten mehrere Übergänge auf, so zählt man die Anzahl N der Übergänge mit und erhält $N \frac{\lambda}{4}$. Für den Koeffizienten folgt aus diesen Überlegungen

$$s = \frac{N \lambda}{4nI} \quad (3)$$

oder

$$N = \frac{4ns}{\lambda} I \quad (4)$$

was einer Geradengleichung mit Steigung $m = \frac{4ns}{\lambda}$ entspricht, wenn man die Stromstärke auf der X-Achse und die Anzahl der Hell-Dunkel-Übergänge auf der Y-Achse aufträgt.

2.2 Bestimmung der Wellenlänge des Lichts

Ist die Verschiebung des beweglichen Spiegels, bzw. der Wegunterschied $\Delta l = 2 |L_1 - L_2|$ bekannt, so kann umgekehrt die Wellenlänge des Lichtes bestimmt werden. Dazu wird ein anderes Interferometer als das im vorherigen Versuchsteil benutzt, bei dem man die Position des beweglichen Spiegels mithilfe einer Mikrometerschraube sehr genau einstellen kann.

Wir zählen wieder die Anzahl N der Hell-Dunkel-Übergänge in Abhängigkeit des Wegunterschieds Δl . Wie in der vorherigen Aufgabe gilt dann

$$\Delta l = N \frac{\lambda}{2} \quad (5)$$

Trägt man nun N auf der X-Achse und Δl auf der Y-Achse eines Schaubilds auf und führt eine lineare Regression durch, dann entspricht die Steigung der Ausgleichsgeraden gerade $\frac{\lambda}{2}$ woraus wir die Wellenlänge ablesen können.

2.3 Dopplereffekt

Nun wird der bewegliche Spiegel mithilfe eines Motors periodisch vor- und zurückbewegt. Dadurch ergibt sich auch eine kontinuierliche Veränderung des Interferenzbildes, da sich der Wegunterschied ständig ändert. Dieses Phänomen kann aber auch mit einer Frequenzunterschied der Welle statt eines Wegunterschiedes beschrieben werden, was auf den Dopplereffekt zurückgeht.

Bewegt sich der Spiegel mit der Geschwindigkeit v auf den Laserstrahl mit Frequenz f_0 zu, so kann die Signalquelle als ruhend, der Beobachter (Spiegel) aber als bewegt angenommen werden. Da sich der Spiegel auf den Strahl zubewegt, vergeht weniger Zeit bis zwei „Wellenberge“ bei ihm ankommen. Anders ausgedrückt bewegt sich die Welle mit der erhöhten Geschwindigkeit $v + c$ auf ihn zu. Für die neue Frequenz die der Spiegel misst gilt dann

$$f_{neu} = \frac{v + c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} + \frac{v}{\lambda} = f_0 + \frac{v}{\lambda} = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (6)$$

Bei der Reflektion gilt es zu beachten, dass der Spiegel nun die Quelle darstellt. Er sendet die Wellen zwar alle mit der gleichen Geschwindigkeit aus, aber er bewegt sich zwischen zwei ausgesandten Wellenbergen weiter, daher verkleinert sich die Wellenlänge. Die Strecke die sich der Spiegel zwischen zwei Wellenbergen weiterbewegt ist diejenige um die sich der Spiegel innerhalb einer Periode der Welle bewegt hat. Diese Zeit ist aber gerade das Inverse der Frequenz, wegen $f = \frac{1}{T}$.

$$\lambda' = \lambda - Tv = \lambda - \frac{v}{f} \quad (7)$$

Es ist noch zu beachten, dass die vom Spiegel wahrgenommene Frequenz f diejenige aus Gleichung 6 ist. Für die vom Detektor endgültig registrierte Frequenz gilt

$$f' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda - \frac{v}{f}} = f \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} = f_0 \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} = f_0 \frac{c + v}{c - v} \quad (8)$$

Entfernt sich der Spiegel vom Laserstrahl, so genügt es in diesen Überlegungen, für die Geschwindigkeit v eine negative Größe einzusetzen. Beim Detektor kommen nun ein Strahl mit der Grundfrequenz f_0 und einer mit der Frequenz f' zur Überlagerung. Für deren Differenz gilt

$$\Delta f = |f_0 - f'| = \left| f_0 \left(1 - \frac{c + v}{c - v}\right) \right| = \left| f_0 \frac{-2v}{c - v} \right| \quad (9)$$

Die verschiedene Frequenz nimmt der Detektor als Phasendifferenz wahr. Für die E- (bzw. B-)Felder am Detektor gelten dann unter der Annahme, dass die Amplitude der beiden Strahlen (E_0) gleich ist:

$$E = E_0 \cos(2\pi f_0 t) + E_0 \cos(2\pi f' t) \quad (10)$$

$$= 2E_0 \cos\left(2\pi\left(f_0 + \frac{\Delta f}{2}\right)t\right) \cos(\pi\Delta f t) \quad (11)$$

Der Detektor nimmt das Quadrat hiervon als Intensität wahr. Die Gleichung selbst stellt eine Schwebung dar, wobei der hintere Teil deren Einhüllende ist. Da Δf relativ klein gegenüber f_0 ist oszilliert der vordere Teil so stark, dass man bei der Beobachtung nur die Einhüllende sehen wird.

Ein Übergang von maximaler zu minimaler Intensität entspricht einer Zeit von $\Delta t = \frac{1}{2\Delta f}$. Da das Argument des Kosinus in dieser Zeit gerade um $\frac{\pi}{2}$ größer wird.

Zählen wir nun die Anzahl N der Hell-Dunkel-Übergänge innerhalb einer vorgegebenen Zeit T , dann ergibt sich

$$T = N \frac{1}{2\Delta f} \quad (12)$$

Setzt man Δf aus Gleichung 9 ein und löst nach v auf, so findet man die gesuchte Geschwindigkeit des Spiegels zu

$$v = \frac{Nc}{4Tf_0 - N} \quad (13)$$

2.4 Bewegte Stimmgabel

Der Dopplereffekt kann auch mit einer schwingenden Stimmgabel demonstriert werden. Bewegt man die Stimmgabel vom Ohr weg und wieder darauf zu, so wird die Tonhöhe (Frequenz) beim Näherkommen der Stimmgabel größer, und beim Wegbewegen kleiner als wenn sie in Ruhe wäre.

In der Nähe einer Wand kommt die Schwebung zustande, die man als Minima und Maxima der Lautstärke wahrnehmen kann. Dies kommt durch konstruktive bzw. destruktive Interferenz der Schallwellen zustande.

3 Faraday-Effekt und Pockels-Effekt

3.1 Modulation von Laserlicht durch Magnetorotation

Unter dem Faraday-Effekt wird die Drehung der Polarisation von linear polarisiertem Licht verstanden, wenn es durch ein Medium propagiert, das sich innerhalb eines Magnetfeldes befindet. Das Magnetfeld muss parallel zur Ausbreitungsrichtung des Lichtes gerichtet sein und das Medium muss für die Wellenlänge des Lichtes größtenteils durchlässig sein.

Innerhalb des Mediums wird das Licht in zwei zirkular polarisierte Wellen gleicher Amplitude aufgeteilt, die zwar beide in die gleiche Richtung laufen, jedoch unterschiedlich schnell. Tritt das Licht wieder aus dem Material aus, so überlagern sich die beiden Wellen wieder zu einer linear polarisierten - da sich die beiden Wellen innerhalb des Materials aber unterschiedlich schnell bewegt haben sind sie phasenversetzt zueinander, wodurch die Polarisationsrichtung gegenüber der einfallenden Welle gedreht ist (daher auch Magnetorotation). Der Rotationswinkel α hängt linear sowohl von der Länge des magnetisierten Materials l als auch vom Magnetfeld B über die Verdettsche Konstante V zusammen:

$$\alpha = V l B \quad (14)$$

Wir wollen nun den Ausgang eines Radios auf das Laserlicht modulieren, sodass es die komplette Information des Radiosignals enthält. Mithilfe eines Photoelementes kann das Licht wieder demoduliert und über einen NF-Verstärker hörbar gemacht werden.

Das polarisierte Laserlicht wird dazu auf einen von einer Spule umschlossenen Bleisilikatstab gerichtet. Die Spule wird aus einem Lautsprecherausgang des Radios gespeist, die Stärke des Magnetfelds schwingt also sozusagen mit der Frequenz des Radios. Da wir aber die Intensität modulieren wollen (und nicht die Polarisationsrichtung) bringen wir nach dem Stab noch einen Polarisationsfilter an, der umso mehr Licht durchlässt, je mehr die Polarisationsrichtung der Durchlassrichtung des Filters entspricht, genauer gilt

$$I = I_0 \cos^2(\beta) \quad (15)$$

wobei β den besagten Winkel bezeichnet. Den Polarisationsfilter bringen wir so an, dass die meisten Strahlen in der Nähe von $\beta_0 = \frac{\pi}{4}$ auftreffen, da Schwankungen an dieser Stelle am deutlichsten sichtbar werden.

Hohe Frequenzen sind „benachteiligt“, da dies zu einer starken Schwankung des Stromes und damit auch des Magnetfeldes führt, dieses aber z.B. durch Induktionserscheinungen nicht schnell genug reagiert.

3.2 Bestimmen der Verdettschen Konstante

Die Verdettsche Konstante aus Gleichung 14 soll nun bestimmt werden. Mithilfe der Formel für die lange Spule

$$B = \mu_0 \mu_r I \frac{l}{n} \quad (16)$$

können wir den Drehwinkel α in Abhängigkeit vom Spulenstrom messen. Der Spulenstrom sollte dabei nicht größer als 3A gewählt werden, da sonst die Gefahr der Zerstörung der Apparatur droht. Außerdem sind wegen möglicherweise wegen ungewollter thermischer Effekte zwischen den Messungen Kühlpausen einzulegen. Für die Verdettsche Konstante ergibt sich

$$V = \frac{\alpha}{\mu_0 \mu_r I n} \quad (17)$$

Der Winkel α kann entweder direkt gemessen werden, oder es wird die Intensität hinter dem Polarisationsfilter gemessen. Dieser wird so eingestellt, dass um einen Spulenstrom von 0A die Schwankung der Intensität am größten ist, d.h. $\beta_0 = \frac{\pi}{4}$. Für beliebige Spulenströme gilt dann

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \alpha \quad (18)$$

und mit Gleichung 15 kann daraus der gesuchte Winkel α bestimmt werden.

3.3 Modulation von Laserlicht durch den Pockelseffekt

Der Pockels-Effekt beschreibt das Phänomen, dass sich in einem Material Lichtstrahlen unterschiedlicher Polarisationsrichtung unterschiedlich schnell ausbreiten. Medien, bei denen dies der Fall ist werden anisotrop genannt, andernfalls heißen sie isotrop. Mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit ist auch der Brechungsindex des Materials polarisationsabhängig (man spricht auch von Doppelbrechung).

Durch Anlegen eines elektrischen Feldes können auch isotrope Medien anisotrop gemacht werden. Beim linearen elektrooptischen Effekt, der im Versuch untersucht werden soll, ist der Zusammenhang zwischen Brechzahländerung und elektrischer Feldstärke linear:

$$\Delta n = kE \quad (19)$$

mit einer materialabhängigen Proportionalitätskonstante k .

Trifft nun linear polarisiertes Licht senkrecht auf ein solches Material, so wird der Strahl aufgespalten in einen Teil mit der Polarisationsrichtung senkrecht zum angelegten E-Feld und einem Teil parallel dazu die unterschiedlich schnell durch das Medium propagieren. Am anderen Ende treten sie deshalb phasenverschoben aus dem Medium aus und werden wieder zu einem Lichtstrahl, der aufgrund der Phasenverschiebung nun aber elliptisch polarisiert ist.

Im Versuch werden wir den Winkel zwischen Polarisationsrichtung und E-Feld gerade als 45° nehmen, sodass die beiden Teilwellen die gleiche Amplitude haben. Hinter der Pockelszelle bringen wir einen um 90° dazu gedrehten Polarisationsfilter an. Würde sich nun die Polarisationsrichtung nicht ändern, so käme gar kein Licht durch diesen Filter. Je größer die Phasenverschiebung gegenüber der ursprünglichen Polarisationsrichtung aber ist, desto mehr Intensität kann durch ihn hindurch gelangen. Die Intensität des Strahls hinter diesem Filter ist also direkt proportional zum angelegten E-Feld - denn je stärker das E-Feld ist, desto größer wird die Brechzahländerung und desto größer wird die Phasenverschiebung, da die Brechzahl direkt über $c = \frac{c_0}{n}$ direkt mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im Medium zusammenhängt.

Wie bei dem Faradayeffekt wollen wir nun auch ein Audiosignal auf den Laserstrahl modulieren und dieses so übertragen. Dazu legen wir das elektrische Feld mit einer Gleichspannung an, welche aber noch mit dem Ausgangssignal des Radios überlagert wird. Mit der Photozelle und dem NF-Verstärker aus dem

vorherigen Versuch wird dann wieder die Intensität zurück in hörbare Schwingungen umgewandelt.

Um Reflexionsverluste in der Pockelszelle zu vermeiden wird der Strahl mit einer 10mm-Linse aufgeweitet und innerhalb der Zelle mit einer 30mm-Linse wieder fokussiert. Lässt man das Licht auf einen Schirm statt die Photozelle fallen, so erkennt man eine hyperbelartige Struktur, die auf die Polarisierung des Lichtes zurückgeht.

3.4 Bestimmung der Konstanten k

Wie vorher beim Faradayeffekt soll nun auch die Konstante aus Gleichung 19 bestimmt werden, die das E-Feld mit der Brechzahländerung verknüpft. Dazu verwenden wir den gleichen Aufbau wie bei der Modulation des Lichtes mit einem Schirm statt einer Photozelle. Die Spannung variieren wir zwischen -2000V und 2000V . Dabei bemerken wir Maxima und Minima im Zentrum der Hyperbelstruktur auf dem Schirm, die daher rühren, dass die Phasenverschiebung φ zwischen den beiden Strahlen gerade ein Vielfaches von $\frac{\pi}{2}$ (Maximum, das Licht kommt ungehindert durch den Polarisationsfilter) oder π (Minimum, das Licht wird komplett absorbiert) ist. Die Beziehung zwischen der Nummer eines Extremums und der Phasenverschiebung ist also

$$n = \frac{\varphi}{\frac{\pi}{2}} \quad (20)$$

Numerieren wir diese Extrema durch und tragen die Spannung über ihr auf, so ergibt sich aus der Steigung die Halbwellenspannung U_{HW} :

$$U_{HW} = \frac{dU}{dn} = \frac{dU}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dn} = \frac{dU}{d\varphi} \frac{\pi}{2} \quad (21)$$

Auf der anderen Seite entspricht die Phasenverschiebung gerade (aus der Vorbereitungshilfe entnommen):

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta n \cdot s = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot k \cdot E \cdot s = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot k \cdot \frac{U}{d} \cdot s \quad (22)$$

mit der Länge des anisotropen Mediums (im Versuch $LiNbO_3$) s , der angelegten Spannung U und dem Abstand der Kondensatorplatten d .

Aus

$$\frac{d\varphi}{dU} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot k \cdot \frac{1}{d} \cdot s = \frac{2}{\pi \cdot U_{HW}} \quad (23)$$

folgt nun

$$k = \frac{\lambda \cdot d}{s \cdot U_{HW}} \quad (24)$$

4 Optische Aktivität

Manche Stoffe haben die Eigenschaft, linear polarisiertes Licht das den Stoff durchläuft zu drehen, d.h. die Richtung der Polarisation zu ändern. Solche Stoffe nennt man optisch aktiv.

4.1 Spezifisches optisches Drehvermögen einer Haushaltszuckerlösung

Das spezifische optische Drehvermögen

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{kl} \quad (25)$$

gibt an, um wieviel Grad der Stoff die Polarisationsrichtung pro Länge l und Konzentration k (Masse des gelösten Stoffes durch das Lösungsvolumen) dreht. Dieses lineare Gesetz soll im Versuch überprüft werden. α könnte weiter noch abhängig von der Wellenlänge des Lichts und vielleicht auch von der Temperatur abhängig sein, allerdings soll dies im Versuch nicht untersucht werden.

Um Gleichung 25 zu bestätigen messen wir die Drehung der Polarisation bei zwei Längen und verschiedenen Konzentrationen.

4.2 Spezifisches optischen Drehvermögen einer entgegengesetzt drehenden Lösung

$[\alpha]$ kann auch negativ sein. In diesem Fall nennt man den Stoff linksdrehend, andernfalls rechtsdrehend. Nun soll das spezifische optische Drehvermögen einer anderen Substanz, Sorbose, untersucht werden, die in die andere Richtung als im vorherigen Versuchssteil dreht. Dabei ist darauf zu achten, die Küvette vorher gründlich zu spülen, damit keine Reste der vorherigen Lösung das Ergebnis verfälschen.